

حسابان ۱

۱- گزینه «۴» -

$$\left(\frac{f}{g}\right)(-2) = \frac{f(-2)}{g(-2)} = \frac{\frac{1}{\sqrt{6}}}{\frac{-2}{0}} = \frac{-2}{0}$$

تعریف نشده

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس چهارم - اعمال روی توابع)

۲- گزینه «۲» - اگر رابطه داده شده را به صورت $\text{gof}(x) = x$ بررسی کنیم، خواهیم داشت:

$$\text{gof}(x) = \text{g}(f(x)) = x \Rightarrow \text{g}(4x+2) = x \xrightarrow{4x+2=t} x = \frac{t-2}{4} \Rightarrow \text{g}(t) = \frac{t-2}{4} \Rightarrow \text{g}(x) = \frac{x-2}{4} \Rightarrow \text{g}(0) = \frac{-1}{4}$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس چهارم - اعمال روی توابع)

۳- گزینه «۳» -

$$\log_3 \frac{1}{100} = -\log_3 100$$

$$-4 < -\log_3 100 < -5 \Rightarrow 4 < \log_3 100 < 5 \Rightarrow 3^4 < 100 < 3^5 \Rightarrow 81 < 100 < 243$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس دوم - لگاریتم)

۴- گزینه «۳» -

$$\log_{\Delta} (2x-1)(3x-5) = 1 \Rightarrow 6x^2 - 10x - 3x + 5 = \Delta$$

$$6x^2 - 13x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ ق ق } \\ x=\frac{13}{6} \text{ ق ق } \end{cases} \Rightarrow \log_2 6\left(\frac{13}{6}\right) + 3 = \log_2 16 = 4$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس سوم - ویژگی های لگاریتم)

۵- گزینه «۲» - دو نمودار در نقطه‌ای به طول ۱- متقاطع هستند، پس:

$$f(-1) = g(-1) \Rightarrow 3^{b-a} = 9 = 3^2 \Rightarrow b-a = 2 \text{ (I)}$$

$$\text{از طرف دیگر، } f(2) = \frac{1}{3}$$

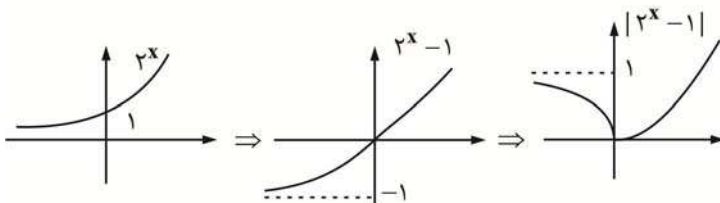
$$3^{2a+b} = \frac{1}{3} = 3^{-1} \Rightarrow 2a+b = -1 \text{ (II)}$$

با توجه به تساوی‌های (I) و (II) نتیجه می‌شود که $a = -1$ و $b = 1$ است، پس $f(x) = 3^{-x+1}$ اکنون فرض می‌کنیم $f^{-1}(27) = m$ ، در این صورت:

$$f(m) = 27 \Rightarrow 3^{-m+1} = 27 \Rightarrow -m+1 = 3 \Rightarrow m = -2$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس اول - تابع نمایی)

۶- گزینه «۱» -



(رستمی کیا) (فصل سوم - درس دوم - تابع نمایی)

۷- گزینه «۱» -

$$\log 2 + \log 3 + \log 4 = a \Rightarrow \log 24 = a$$

$$\frac{3 \log 6 + 2 \log 8}{\log 24} = \frac{\log 6^3 + \log 8^2}{\log 24} = \frac{\log(3 \times 2^3)(2 \times 2^3)(3 \times 2^3)}{\log 24} = \frac{\log 24^3}{\log 24} = \frac{3 \log 24}{\log 24} = \frac{3a}{a} = 3$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس سوم - ویژگی های لگاریتمی)

۸- گزینه «۴» -

$$\theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{4\pi}{3} = \frac{L}{8} \Rightarrow L = \frac{32\pi}{3}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس اول - طول کمان)

۹- گزینه «۲» - در تساوی $\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi}$ قرار می‌دهیم $D = 180^\circ$:

$$\frac{180}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{180\pi}{180} = \frac{2\pi}{9}$$

(رستمی‌کیا) (فصل چهارم - درس اول - رادیان)

۱۰- گزینه «۳» -

$$\log_{\sqrt{2}}^k = k \Rightarrow \frac{1}{\log_{\sqrt{2}}^k} = k \Rightarrow \frac{1}{\log_{\sqrt{2}}^k + \log_{\sqrt{2}}^k} = k \Rightarrow k \log_{\sqrt{2}}^k + k = 1 \Rightarrow \log_{\sqrt{2}}^k = \frac{1-k}{k}$$

(رستمی‌کیا) (فصل سوم - درس سوم - ویژگی‌های لگاریتم)

۱۱- گزینه «۴» -

$$f(g(x)) = f(\log(x)) = |x| \Rightarrow \sqrt{g(x)+1} = |x| \Rightarrow g(x)+1 = x^2 \Rightarrow g(x) = x^2 - 1$$

(رستمی‌کیا) (فصل دوم - درس چهارم - اعمال روی توابع)

۱۲- گزینه «۲» -

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \{(0, -1)(1, \frac{2}{3})(3, 2)(5, 3)\}$$

بی معنی

(رستمی‌کیا) (فصل دوم - درس چهارم - اعمال روی توابع)

۱۳- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{array}{l} 1) 2 - x^2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases} \Rightarrow -\sqrt{2} < x < \sqrt{2} \\ 2) x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \\ 3) x - 1 \neq 1 \Rightarrow x \neq 2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cap} 1 < x < \sqrt{2} \text{ عدد صحیحی ندارد}$$

(رستمی‌کیا) (فصل سوم - درس دوم - تابع لگاریتمی)

۱۴- گزینه «۲» - می‌دانیم $1 < x - [x] < x \leq x - [x] \leq 0$ پس داریم $0 < x - [x] < 1$ بنابراین $-1 < f(x) \leq 0$ داریم:

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = 2^{f(x)} \xrightarrow{-1 < f(x) \leq 0} 2^{-1} < 2^{f(x)} \leq 2^0 \Rightarrow R_{g \circ f} = (\frac{1}{2}, 1]$$

(رستمی‌کیا) (فصل دوم - درس چهارم - اعمال روی توابع)

۱۵- گزینه «۱» - حاصل ضرب و مجموع ریشه‌های معادله $ax + b = 2$, $ab = \frac{2}{5}$ هستند. بنابراین داریم:

$$\log a + \log b - \log(a+b) = \log ab - \log(a+b) = \log \frac{2}{5} - \log 2 = \log 2 - \log 5 - \log 2 = -\log 5$$

(رستمی‌کیا) (فصل سوم - درس سوم - ویژگی‌های لگاریتم)

۱۶- گزینه «۳» -

$$\log\left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \dots \times \frac{n}{n+1}\right) = \log \frac{1}{n+1} = \log 1 - \log^{(n+1)} = -\log^{(n+1)}$$

(سراسری ۸۸ - با تغییر) (فصل سوم - درس سوم - ویژگی‌های لگاریتم)

۱۷- گزینه «۴» -

$$1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\log 15} - \log 3 = 1 \cdot \log 3^{\frac{15}{2}} = 1 \cdot \log 3^{\frac{\sqrt{15}}{2}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

(رستمی‌کیا) (فصل سوم - درس سوم - ویژگی‌های لگاریتم)

۱۸- گزینه «۳» -

$$\left. \begin{array}{l} \text{دامنه: } \frac{x-3}{4} > 0 \Rightarrow x-3 > 0 \Rightarrow x > 3 \\ \log \frac{x-3}{4} > \log \frac{x-3}{5} \Rightarrow \frac{x-3}{4} < \frac{x-3}{5} \Rightarrow x < 4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cap} 3 < x < 4$$

(رستمی‌کیا) (فصل سوم - درس سوم - ویژگی‌های لگاریتم)

۱۹- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= 2x^2 + 4 \Rightarrow f(g(x)) = 2g^2(x) + 4 \\ f(g(x)) &= 4x^2 + 6x \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2g^2(x) + 4 = 4x^2 + 6x \Rightarrow g^2(x) = 2x^2 + 3x - 2$$
$$g^2(x) = 2x^2 + 3x - 2 \xrightarrow{x=-2} g^2(-2) = 0 \Rightarrow g(-2) = 0$$

(رستمی کیا) (فصل دوم - درس چهارم - اعمال روی توابع)

۲۰- گزینه «۴» -

$$8) \log_r^f \sqrt{r} = (\sqrt[r]{r})^{\log_r^f} = (\sqrt[r]{r})^f = r$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس سوم - ویژگی لگاریتم)