

## حسابان ۱

۱- گزینه «۲» -

$$D_f = \{3, 4, 2, 1\} \Rightarrow D_{f-2g} = D_f \cap D_{2g} = \{4, 1, 3\}$$

$$D_{2g} = \{4, 1, 3\}$$

$$f - 2g = \{(4, 0), (1, 0), (3, -4)\} \Rightarrow (f - 2g)(x) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ یا } 1$$

$$D_{\frac{f}{f-2g}} = D_f \cap D_{f-2g} - \{x \mid (f-2g)(x) = 0\} = \{4, 1, 3\} - \{1, 4\} = \{3\}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس چهارم - اعمال روی توابع) (متوسط)

۲- گزینه «۴» -

$$D_f = \{3, 2, 1, -1\}$$

$$D_g = (-\infty, 1] \Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{-1\} \Rightarrow \text{gof} = \{(-1, 1)\}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس چهارم - ترکیب توابع) (آسان)

۳- گزینه «۳» -

$$f \text{ وارون } g \Rightarrow g^{-1}(x) = f(x) \Rightarrow g(f(x)) = x \Rightarrow (\text{gof})(x) = x$$

$$f \text{ وارون } g \Rightarrow f^{-1}(x) = g(x) \Rightarrow f(g(x)) = x \Rightarrow (\text{fog})(x) = x$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس چهارم - ترکیب توابع) (آسان)

۴- گزینه «۱» -

$$2^x = t \Rightarrow t^2 + 2t + 1 = 0 \Rightarrow (t+1)^2 = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow \frac{2^x}{\text{مثبت}} = \frac{-1}{\text{منفی}} \Rightarrow \text{جواب ندارد}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس اول - تابع نمایی) (متوسط)

۵- گزینه «۳» -

$$\left(\frac{1}{8^x} - 4\right) \underbrace{(2^{-x} + 1)}_{\text{مثبت}} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{8^x} - 4 \geq 0 \Rightarrow 2^{-3x} \geq 4 \Rightarrow 2^{-3x} \geq 2^2$$

$$\Rightarrow -3x \geq 2 \Rightarrow x \leq -\frac{2}{3} \Rightarrow x \in (-\infty, -\frac{2}{3}]$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس اول - تابع نمایی) (متوسط)

۶- گزینه «۲» -

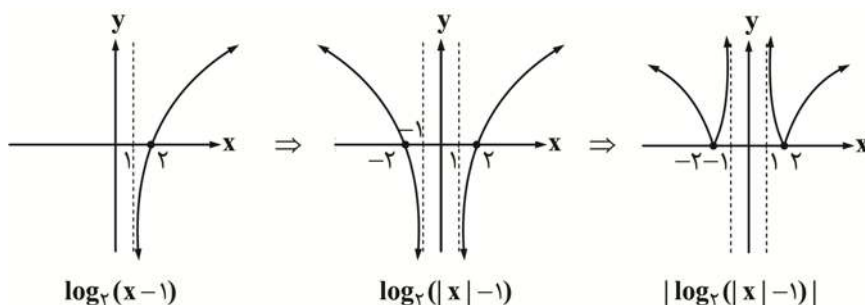
$$\text{گزینه «۱»}: \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1 \Rightarrow \sqrt{2}^{\frac{1}{\sqrt{2}+1}} = \sqrt{2}^{\sqrt{2}-1}$$

$$\text{گزینه «۲»}: (\sqrt{2}-1)^x > (\sqrt{2}-1)^{x^2} \xrightarrow{0 < \sqrt{2}-1 < 1} x < x^2 \Rightarrow x - x^2 < 0 \xrightarrow{-} 0 < x < 1$$

گزینه «۳»: مثال نقض  $x = 2$  دارد.

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس اول - تابع نمایی) (دشوار)

۷- گزینه «۴» -



(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس دوم - تابع لگاریتمی) (دشوار)

۸- گزینه «۱» - می دانیم اگر عدد  $A$ ،  $n$  رقمی باشد، آن گاه:

$$10^{n-1} \leq A < 10^n$$

بنابراین:

$$10^{n-1} \leq 4^{221} < 10^n \xrightarrow{\log} (n-1) \log 10 \leq \log 4^{221} < n \log 10$$

$$\Rightarrow n-1 \leq 221 \log 4 < n \Rightarrow n-1 \leq 221 \times (0.602) < n$$

$$\Rightarrow n-1 \leq 133.242 < n \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 134$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - ترکیبی) (دشوار)

۹- گزینه «۲» -

$$x^2 - 5x + 6 > 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & 2 & 3 & \\ \hline & + & - & + \\ & \bar{c} & \bar{c} & \bar{c} \end{array} \Rightarrow x < 2 \text{ یا } x > 3 \quad (1)$$

$$1-x > 0 \Rightarrow x < 1 \quad (2)$$

$$1-x \neq 1 \Rightarrow x \neq 0 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2) \cap (3)} (-\infty, 1) - \{0\}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس دوم - تابع لگاریتمی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» -

$$\log_{0.5} \frac{x+1}{x-1} > 3 \log_{0.5} 0.5 \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{x+1}{x-1} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} < \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{x+1}{x-1} - \frac{1}{8} < 0 \Rightarrow \frac{8x+8-x+1}{8(x-1)} < 0 \Rightarrow \frac{7x+9}{8(x-1)} < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -\frac{9}{7} & 1 & \\ \hline & + & - & + \\ & \bar{c} & \bar{c} & \bar{c} \end{array}$$

$$\Rightarrow -\frac{9}{7} < x < 1 \quad (1)$$

$$\frac{x+1}{x-1} > 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & -1 & 1 & \\ \hline & + & - & + \\ & \bar{c} & \bar{c} & \bar{c} \end{array} \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} -\frac{9}{7} < x < -1 \Rightarrow x \in \left(-\frac{9}{7}, -1\right)$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - ترکیبی) (دشوار)

۱۱- گزینه «۲» -

$$\log_{\sqrt{2}} 2^7 = \log_{\frac{1}{2}} 2^7 = \frac{7}{\frac{1}{2}} \log_2 2 = 6 \times 1 = 6$$

$$\Rightarrow 6 - \frac{1}{2} = \frac{11}{2}$$

$$\log_{2\sqrt{2}} \sqrt[4]{8} = \log_{\frac{2}{\sqrt{2}}} 2^{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{\sqrt{2}}} \log_2 2 = \frac{3}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 1 = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس سوم - ویژگی‌های لگاریتم) (آسان)

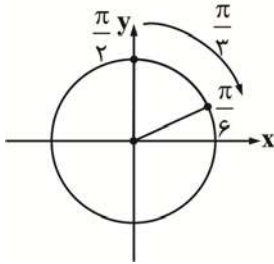
۱۲- گزینه «۱» -

$$\log_r(x-1)(x-2) = 2 \Rightarrow \log_r(x^2 - 3x + 2) = 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 4 \Rightarrow x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3 - \sqrt{17}}{2} \text{ (غ ق ق)} \\ x = \frac{3 + \sqrt{17}}{2} \Rightarrow 2x - 3 = \sqrt{17} \end{cases}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم - درس سوم - معادلات لگاریتمی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۱» -

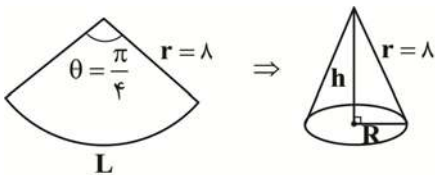


$$\frac{7\pi}{18} + \frac{4\pi}{9} = \frac{15\pi}{18} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \alpha = \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{1}{6} \text{ دور ساعتگرد}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل چهارم - درس اول - رادیان) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» -



$$\theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \frac{L}{\lambda} \Rightarrow L = 2\pi$$

$$2\pi R = L \Rightarrow 2\pi R = 2\pi \Rightarrow R = 1$$

$$h = \sqrt{r^2 - R^2} = \sqrt{6^2 - 1^2} = \sqrt{35} = 3\sqrt{5}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h = \frac{1}{3} \pi \times 1^2 \times 3\sqrt{5} = \sqrt{5}\pi$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل چهارم - درس اول - رادیان) (متوسط)

۱۵- گزینه «۳» -

گزینه «۱»:  $1\text{Rad} \approx 57.3^\circ$

گزینه «۲»:  $4\text{Rad} \approx \frac{229}{2}^\circ$ ,  $5\text{Rad} \approx \frac{286}{5}^\circ \Rightarrow \tan 4 > \tan 5$   
ربع سوم                      ربع چهارم

گزینه «۳»:  $1\text{Rad} = 57.3^\circ \Rightarrow \cos 1^\circ > \cos 57.3^\circ$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل چهارم - درس اول - رادیان) (متوسط)

۱۶- گزینه «۲» -

$$\log 2 + \log 3 + \log 4 = a \Rightarrow \log 6 + \log 2^2 = a \Rightarrow \log 6 + 2\log 2 = a$$

$$\frac{3\log 6 + 2\log 8}{\log 2400} = \frac{3\log 6 + 2\log 2^3}{\log(6 \times 4 \times 100)} = \frac{3\log 6 + 6\log 2}{\log 6 + \log 4 + \log 100} = \frac{3(\log 6 + 2\log 2)}{\log 6 + 2\log 2 + \log 100} = \frac{3a}{a + 2}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم - درس سوم - لگاریتم) (متوسط)

۱۷- گزینه «۳» - می‌دانیم مقدار جرم ماده مورد نظر، پس از t سال از رابطه مقابل به دست می‌آید:

$$f(t) = 240 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{t}{43}}$$

بنابراین:

$$f(258) = 240 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{258}{43}} = 240 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^6 = \frac{240}{64} = \frac{15}{4} = 3.75 \text{ mg}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم - درس اول - تابع نمایی) (متوسط)

۱۸- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} \log 2 + \log 7 = b \\ \log 2 + \log 3 = a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log 7 - \log 3 = b - a \\ 2 \log 2 + \log 7 + \log 3 = a + b \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \log\left(\frac{7}{3}\right)^2 + \log 10 + \log 2 + \frac{1}{4} \log 21 &= 2 \log \frac{7}{3} + 1 + \frac{2 \log 2 + \log 3 + \log 7}{4} = 2(\log 7 - \log 3) + 1 + \frac{a+b}{4} \\ &= 2(b-a) + 1 + \frac{a+b}{4} = \frac{4b - 4a + 4 + a + b}{4} = \frac{5}{4}b - \frac{3}{4}a + 1 \end{aligned}$$

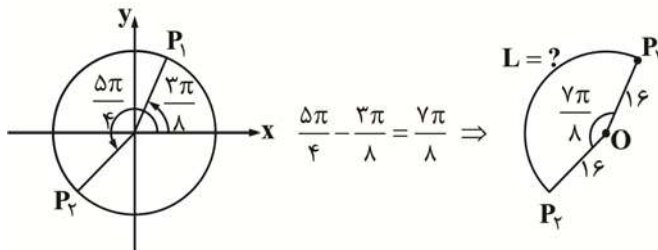
(کتاب همراه علوی) (فصل سوم - درس سوم - ویژگی‌های لگاریتم) (دشوار)

۱۹- گزینه «۴» -

$$\Delta^{(2 \log_{\Delta} 2 + 3 \log_{\Delta} 3)} = \Delta^{(\log_{\Delta} 2^2 + \log_{\Delta} 3^3)} = \Delta^{\log_{\Delta} 4} \times \Delta^{\log_{\Delta} 27} = 4 \times 27 = 108$$

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم - درس سوم - ویژگی‌های لگاریتم) (متوسط)

۲۰- گزینه «۱» -



باید طول کمان  $P_1P_2$  یعنی  $L$  را به دست آوریم.

$$L = \frac{7\pi}{8} \times 16 = 14\pi \text{ (m)}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل چهارم - درس اول - رادیان) (آسان)