

حسابان

۱- گزینه «۲» - ماشین تابع fog:

	g	f	
۲	۱۱	۵	
۴	-۲	۳	
۶	۳	-۴	
۳	۲	-۱	

$$\text{fog} = \{(2, 5), (4, 3), (6, -4), (3, -1)\}$$

$$\text{fog مجموعه اعضای برد} = 5 + 3 + (-4) + (-1) = 3$$

(میرزایی) (تابع - تابع مرکب) (آسان)

۲- گزینه «۲» -

$$3f - 1 = \{(-1, 8), (3, 11), (2, -7), (0, 14)\}$$

$$f^2 - f = \{(-1, 6), (3, 12), (2, 6), (0, 20)\}$$

$$\frac{3f-1}{f^2-f} = \{(-1, \frac{4}{3}), (3, \frac{11}{12}), (2, \frac{-7}{6}), (0, \frac{7}{10})\}$$

$$\text{برد حاصل ضرب و مقادیر برد} = \frac{4}{3} \times \frac{11}{12} \times \frac{-7}{6} \times \frac{7}{10} = \frac{-539}{540}$$

(میرزایی) (تابع - اعمال اصلی بر روی تابع) (متوسط)

۳- گزینه «۱» -

$$D_f = [-\infty, +\infty), D_g = (-\infty, 3]$$

$$D_{\text{gof}} = \begin{cases} x \in D_f \Rightarrow x \in [-\infty, +\infty) \text{ (I)} \\ f(x) \in D_g \Rightarrow \sqrt{x+5} \in (-\infty, 3] \end{cases}$$

$$0 \leq \sqrt{x+5} \leq 3$$

$$0 \leq x+5 \leq 9$$

$$-5 \leq x \leq 4 \quad \text{(II)}$$

$$\frac{(I) \cap (II)}{\rightarrow} D_{\text{gof}} = [-5, 4]$$

$$\text{gof دامنه صحیح دامنه} = \{-5, -4, \dots, 3, 4\}$$

(میرزایی) (تابع - دامنه تابع مرکب) (متوسط)

۴- گزینه «۴» -

$$\text{fog}(x) = 2g(x) - 5$$

$$2g(x) - 5 = 2x^2 - 5x + 7 \Rightarrow g(x) = x^2 - \frac{5}{2}x + 6$$

$$(f+g)(1) = f(1) + g(1) = (2-5) + (1 - \frac{5}{2} + 6) = \frac{3}{2}$$

(میرزایی) (تابع - تابع مرکب) (متوسط)

۵- گزینه «۳» -

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 2^{2x} = \frac{1}{2^{2x}} + \frac{3}{2} \xrightarrow{2^{2x}=t} t = \frac{1}{t} + \frac{3}{2} \Rightarrow t^2 - \frac{3}{2}t - 1 = 0$$

$$2t^2 - 3t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2}: 2^{2x} = -\frac{1}{2} \text{ غ ق} \\ t = 2: 2^{2x} = 2 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$A \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 2^{2 \times \frac{1}{2}} = 2 \end{cases} \Rightarrow A(\frac{1}{2}, 2)$$

$$a+b = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

(میرزایی) (تابع نمایی - حل معادله نمایی) (دشوار)

۶- گزینه «۱» -

$$2^{x+5} < (\frac{1}{4})^{x-2} \Rightarrow 2^{x+5} < 2^{-2x+4} \Rightarrow x+5 < -2x+4$$

$$3x < -1 \Rightarrow x < -\frac{1}{3}$$

(میرزایی) (تابع نمایی - حل نامعادله نمایی) (آسان)

۷- گزینه «۲» -

$$3^{x-2} = 3^6 \Rightarrow x-2=6 \Rightarrow x=8$$

$$x = 6: \log_4(x^2 - 4) = \log_4 32 = \log_4 2^5 = \frac{5}{2} = 2.5$$

(میرزایی) (لگاریتم - ویژگی‌های لگاریتم) (متوسط)

۸- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{aligned} 9-x^2 > 0 &\Rightarrow x^2 < 9 \Rightarrow |x| < 3 \Rightarrow -3 < x < 3 \\ x+2 > 0 &\Rightarrow x > -2 \\ x+2 \neq 1 &\Rightarrow x \neq -1 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D = (-2, 3) - \{-1\}$$

$$D = (-2, -1) \cup (-1, 3)$$

$$b-a = 3 - (-2) = 5$$

(میرزایی) (تابع لگاریتم - دامنه تابع لگاریتمی) (متوسط)

۹- گزینه «۴» -

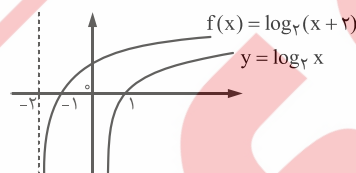
$$3^5 < 620 < 3^6$$

$$5 < \log_3 620 < 6 \Rightarrow [\log_3 620] = 5$$

(میرزایی) (لگاریتم - تعریف لگاریتم) (آسان)

۱۰- گزینه «۳» - گزینه «۳» صحیح است. نمودار $\log x$ را باید ۲ واحد در راستای افقی به

سمت چپ ببرید تا تابع $f(x)$ به دست آید.



(میرزایی) (تابع لگاریتم - ترسیم نمودار) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» -

$$2^a = 2^2 \times 2^{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2^a = 2^{\frac{5}{2}} \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

$$\log_2(6a+1) = \frac{5}{2} \xrightarrow{a=\frac{5}{2}} \log_2(6(\frac{5}{2})+1) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4$$

(میرزایی) (لگاریتم - ویژگی‌های لگاریتم) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» -

$$2 \log_3 3^{\frac{1}{2}} - \log(\Delta^2 \times 10^2) = \log 3 - (2 \log \Delta + 2 \log 10)$$

$$= \log 3 - (2(1 - \log 2) + 2) = \log 3 - (4 - 2 \log 2) = b - 4 + 2a$$

(میرزایی) (لگاریتم - ویژگی‌های لگاریتم) (متوسط)

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1)\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+1\right)=2 \Rightarrow (x-1)\left(\frac{x}{\sqrt{2}}+1\right)=9$$

$$\frac{x^2}{\sqrt{2}}+x-\frac{x}{\sqrt{2}}-1=9 \Rightarrow \frac{x^2}{\sqrt{2}}+\frac{x}{\sqrt{2}}-10=0$$

$$x^2+x-20=0 \Rightarrow (x-4)(x+\Delta)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ \text{غ ق } \Delta=5 \end{cases}$$

$$x=4: \log_4(\Delta x + \gamma) = \log_4(\Delta(4) + \gamma) = \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = \frac{3}{2}$$

(میرزایی) (لگاریتم - معادله لگاریتمی) (متوسط)

$$\log_{\sqrt{2}}(\sqrt{2}x - \gamma) - \log_{\sqrt{2}}(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 2$$

$$\log_{\sqrt{2}}(12x - 21) - \log_{\sqrt{2}}(x^2 - 2) = 2 \Rightarrow \log_{\sqrt{2}}\left(\frac{12x - 2}{x^2 - 2}\right) = 2$$

$$\frac{12x - 21}{x^2 - 2} = 4 \Rightarrow 4x^2 - 12 = 12x - 21 \Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$(2x - 3) = 0 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \quad (\text{غ ق } 2)$$

(میرزایی) (لگاریتم - معادله لگاریتمی) (متوسط)

$$\sqrt{\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}} = \sqrt{\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}} = \sqrt{\log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} + \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$$

(میرزایی) (لگاریتم - ویژگی‌های لگاریتم) (متوسط)

$$\log E = 11/\lambda + 1/\Delta M \Rightarrow E = 1.1/\lambda + 1/\Delta M$$

$$\frac{E_2}{E_1} = 1.1/\Delta(M_2 - M_1) \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 1.1/\Delta(\lambda/2 - \Delta/2) = 1.4/\Delta$$

$$\frac{E_2}{E_1} = 1.4 \times 1.2/\Delta = 1.4 \times 1.2 \log 2 = 3 \times 1.4 = 3.6$$

(میرزایی) (لگاریتم - کاربرد لگاریتم) (متوسط)

$$((\log \Delta + \log 2)(\log \Delta - \log 2)) \log_{\frac{\Delta}{2}}(\Delta x - 10) = 2$$

$$\log_{\frac{\Delta}{2}} \times \log_{\frac{\Delta}{2}}(\Delta x - 10) = 2 \Rightarrow \log(\Delta x - 10) = 2$$

$$\Delta x - 10 = 100 \Rightarrow x = 22$$

$$x = 22: \log_{\Delta}(x + 2) = \log_{\Delta} 2\Delta = 2$$

(میرزایی) (لگاریتم - معادله لگاریتمی) (دشوار)

$$T = \text{نیمه عمر}$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{2}}$$

$$\gamma \Delta = \frac{12\Delta}{\sqrt{2}} \Rightarrow \gamma^2 = \Delta \Rightarrow \log_{\sqrt{2}}(\gamma) = \log_{\sqrt{2}} \Delta$$

$$\frac{t}{\sqrt{2}} = \log_{\sqrt{2}} \Delta \Rightarrow t = \sqrt{2} \log_{\sqrt{2}} \Delta = \sqrt{2} \times \frac{\log \Delta}{\log \sqrt{2}}$$

$$\frac{\log \Delta = 1 - \log \sqrt{2}}{\log 2 = 1 - 1/\sqrt{2}} \rightarrow t = \sqrt{2} \times \frac{1/\sqrt{2}}{1/\sqrt{2}} \Rightarrow t = \sqrt{2} \text{ سال}$$

(میرزایی) (لگاریتم - کاربرد لگاریتم) (متوسط)

$$\log x(\sqrt{2}x - 1) = \log 4$$

$$\sqrt{2}x^2 - x = 4 \Rightarrow \sqrt{2}x^2 - x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ ق } 2 \\ x = \frac{4}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$x = \frac{4}{\sqrt{2}}: \log_{\lambda}(\sqrt{2}x) = \log_{\lambda} 4 = \log_{\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

(میرزایی) (لگاریتم - معادله لگاریتمی) (آسان)

$$y = 2^{x-1} - 2 \Rightarrow 2^{x-1} = y + 2$$

$$x - 1 = \log_2(y + 2) \Rightarrow x = \log_2(y + 2) + 1$$

$$x = \log_2(y + 2) + \log_2 2 \Rightarrow x = \log_2(2y + 4)$$

$$f^{-1}(x) = \log_2(2x + 4)$$

(میرزایی) (لگاریتم - وارون تابع نمایی) (متوسط)