

حسابان

۱- گزینه «۱» -

$$D_{f-g} = \{2, -5\}$$

$$2f(-5) - g(-5) = 2(2) - 4 = 0$$

$$2f - g = \{(2, 1), (-5, 0)\}$$

$$2f(2) - g(2) = 2(5) - (-3)$$

(میرزایی) تابع - اعمال اصلی روی تابع (متوسط)

۲- گزینه «۲» -

$$x + 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \Rightarrow D_f = [-2, +\infty)$$

$$3 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3 \Rightarrow D_g = (-\infty, 3]$$

$$D_{gof} = \begin{cases} x \in D_f \Rightarrow x \in [-2, +\infty) & \text{(I)} \\ f(x) \in D_g \Rightarrow \sqrt{x+2} \in (-\infty, 3] & \end{cases}$$

$$\sqrt{x+2} \leq 3 \Rightarrow x+2 \leq 9 \Rightarrow x \leq 7 \quad \text{(II)}$$

$$(I) \cap (II) \Rightarrow [-2, 7] = D_{gof}$$

دامنه اعداد صحیح: $\{-2, -1, 0, 1, 2, \dots, 7\}$

(میرزایی) تابع - دامنه تابع مرکب (متوسط)

۳- گزینه «۳» -

$$(4, 2) \in fog: \begin{array}{c} \xrightarrow{f} \textcircled{g} \xrightarrow{2} \textcircled{f} \xrightarrow{2} \\ a = 4 \end{array}$$

$$(4, 1) \in gof: \begin{array}{c} \xrightarrow{f} \textcircled{f} \xrightarrow{\Delta} \textcircled{g} \xrightarrow{2} \\ b = 5 \end{array}$$

(سراسری ریاضی - ۹۰) تابع - تابع مرکب (متوسط)

۴- گزینه «۱» -

$$fog(x) = g^2 + 2$$

$$g^2 + 2 = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow g^2 = (x-1)^2 \Rightarrow g(x) = |x-1|$$

$$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = 2^2 + 2 + |2-1| = 7$$

(میرزایی) تابع - تابع مرکب (متوسط)

۵- گزینه «۴» -

$$f(x) = t \Rightarrow x-2 = t \Rightarrow x = t+2$$

$$g(f(x)) = x^2 - x \Rightarrow g(t) = (t+2)^2 - (t+2)$$

$$g(t) = t^2 + 4t + 4 - t - 2 = t^2 + 3t + 2$$

$$g(x) = x^2 + 3x + 2$$

(میرزایی) تابع - تابع مرکب (متوسط)

۶- گزینه «۴» -

$$(2^2)^{2x-1} > (2^2)^{4x^2} \Rightarrow 2^{4x-2} > 2^{8x^2}$$

$$4x-2 > 8x^2 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 < 0$$

$$x^2 - 2x + 1 < 0 \Rightarrow (x-1)^2 < 0 \Rightarrow \text{غ قق} \Rightarrow \text{جواب} = \emptyset$$

(میرزایی) تابع نمایی - حل نامعادله نمایی (آسان)

۷- گزینه «۲» -

$$m = \frac{m_0}{t} \Rightarrow m = \frac{256}{250} \Rightarrow m = \frac{2^8}{2^{10}} = \frac{1}{4} = 0.25$$

(میرزایی) تابع نمایی - کاربرد تابع نمایی (متوسط)

$$\log_2\left(1 + \frac{1}{x}\right) = y$$

$$1 + \frac{1}{x} = 2^y \Rightarrow \frac{1}{x} = 2^y - 1$$

$$x = \frac{1}{2^y - 1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{2^x - 1}$$

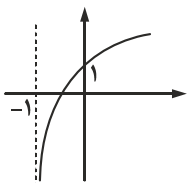
(میرزایی) (تابع لگاریتم - وارون تابع لگاریتمی) (متوسط)

۹- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{aligned} 9 - x^2 > 0 &\Rightarrow x^2 < 9 \Rightarrow |x| < 3 \Rightarrow -3 < x < 3 \\ x + 1 > 0 &\Rightarrow x > -1 \\ x + 1 \neq 1 &\Rightarrow x \neq 0 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D = (-1, 3) - \{0\}$$

(میرزایی) (تابع لگاریتمی - دامنه تابع لگاریتمی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» - نمودار لگاریتم x بر پایه ۳ را در ابتدا یک واحد به چپ و سپس ۱ واحد بالا ببرید.

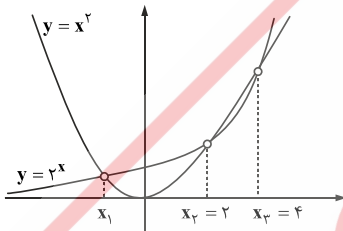


(میرزایی) (تابع لگاریتمی - ترسیم تابع لگاریتمی) (آسان)

۱۱- گزینه «۱» -

$$2^x = x^2$$

به روش هندسی، مشخص می‌شود معادله سه ریشه حقیقی دارد.



(میرزایی) (تابع نمایی - حل معادله به روش هندسی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» -

$$3 \log_2 2^{\frac{2}{3}} - \log(\Delta^2 \times 10) = 2 \log 2 - (2 \log \Delta + \log 10) = 2a - (2(1 - \log 2) + 1) = 2a - 2 + 2a - 1 = 4a - 3$$

(میرزایی) (لگاریتم - خواص لگاریتم) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

$$A = \log_8 \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \Rightarrow A = \log_{2^3} (2 \times 2^{-\frac{2}{3}})$$

$$A = \log_{2^3} 2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{9}$$

$$\log_{\frac{1}{A}} \left(\frac{1}{A} - 1\right) = \log_{\frac{1}{\frac{1}{9}}} \left(\frac{1}{\frac{1}{9}} - 1\right) = \log_9 8 = \log_{2^3} 2^3 = \frac{3}{3} = 1$$

(سراسری ریاضی - ۹۰) (لگاریتم - خواص لگاریتم) (متوسط)

۱۴- گزینه «۳» -

$$\log_{\frac{1}{2 \times 2^{\frac{1}{2}}}} (2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = \log_{\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}}} \left(\frac{2}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \log_{\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}}} 1^{\frac{1}{2}} = \log_{\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}}} 2^{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

(کتاب همراه علوی) (لگاریتم - خواص لگاریتم) (آسان)

$$\log_r(x-1)\left(\frac{x}{r}+1\right)=2$$

$$\frac{x^r}{r}+x-\frac{x}{r}-1=r^2 \Rightarrow \frac{x^r}{r}+\frac{x}{r}-1=0$$

$$x^r+x-r=0 \Rightarrow (x+\delta)(x-r)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-\delta \\ x=r \end{cases}$$

$$x=r: \log_r \sqrt{r+\delta} = \log_r \sqrt{r} = \log_r r^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

(میرزایی) (لگاریتم - معادله لگاریتمی) (متوسط)

$$\log(x+2)(2x-1) = \log(4x+1)$$

$$2x^2 - x + 4x - 2 = 4x + 1 \Rightarrow 2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{3}{2}: \log_r(2x+\delta) = \log_r\left(2\left(\frac{3}{2}\right)+\delta\right) = \log_r^{\delta} = \log_r^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} = 1/5$$

(سراسری ریاضی - ۹۷) (لگاریتم - معادله لگاریتمی) (متوسط)

$$\log_r(14 + 2 \log_r \sqrt[3]{x-1}) = 4$$

$$14 + 2 \log_r \sqrt[3]{x-1} = r^4 \Rightarrow \log_r(x-1)^{\frac{2}{3}} = 1$$

$$\frac{2}{3} \log_r(x-1) = 1 \Rightarrow \log_r(x-1) = \frac{3}{2} \Rightarrow x-1 = r^{\frac{3}{2}} \Rightarrow x = 28$$

(میرزایی) (لگاریتم - معادله لگاریتمی) (متوسط)

$$\log E = 11/8 + 1/\delta M$$

$$E = 10^{(11/8 + 1/\delta M)}$$

$$\frac{E_r}{E_1} = 10^{1/\delta(M_r - M_1)} \Rightarrow \frac{E_r}{E_1} = 10^{1/\delta(7/4 - \delta/4)} = 10^3 = 1000$$

(میرزایی) (لگاریتم - کاربرد لگاریتم) (آسان)

$$y = \delta^{r^{x+1}} + 1 \Rightarrow \delta^{r^{x+1}} = y - 1$$

$$\log_{\delta} \delta^{r^{x+1}} = \log_{\delta}(y-1) \Rightarrow r^{x+1} = \log_{\delta}(y-1) \Rightarrow rx = \log_{\delta}(y-1) - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{r}(\log_{\delta}(y-1) - 1)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{r}(\log_{\delta}(x-1) - 1)$$

(میرزایی) (لگاریتم و نمایی - وارون تابع نمایی) (متوسط)

$$D_f: \begin{cases} x+2 > 0 \\ x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow D_f = (0, +\infty) - \{1\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{2\}$$

$$D_{gof} = \begin{cases} x \in D_f \Rightarrow x \in (0, +\infty) - \{1\} \quad \text{(I)} \\ f(x) \in D_g \Rightarrow \log_x(x+2) \in \mathbb{R} - \{2\} \end{cases}$$

$$\log_x(x+2) \neq 2 \Rightarrow x+2 \neq x^2$$

$$x^2 - x - 2 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 2 \end{cases} \quad \text{(II)}$$

$$(I) \cap (II) \Rightarrow D_{gof} = (0, +\infty) - \{1, 2\}$$

(میرزایی) (لگاریتم و تابع - دامنه تابع مرکب) (دشوار)