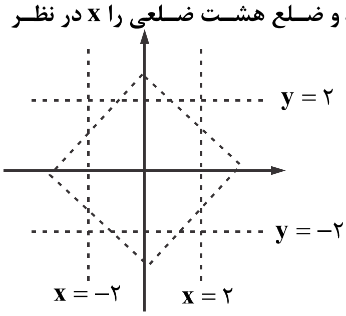
هندسه ۲

۱- گزینه «۳» ـ شکل حاصل یک هشت ضلعی منتظم محاط در مربعی به ضلع ۴ می‌باشد. اگر ضلع مربع را a و ضلع هشت ضلعی را x در نظر بگیریم داریم:



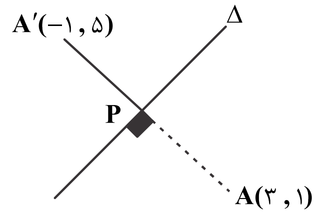
$$x=\frac{a}{۱+\sqrt{۲}}\ ,\ S=(۲+۲\sqrt{۲})x^{۲}$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{۴}{۱+\sqrt{۲}}\ \Rightarrow\ S=(۲+۲\sqrt{۲})(\frac{۴}{۱+\sqrt{۲}})^{۲}$$

$$=۳۲(۱+\sqrt{۲})(\frac{۱}{۱+\sqrt{۲}})^{۲}=\frac{۳۲}{۱+\sqrt{۲}}=۳۲\sqrt{۲}-۳۲$$

(سراسری ۸۵) (فصل دوم ـ دوران)

۲- گزینه «۳» ـ ابتدا معادله Δ را پیدا می‌کنیم:



$$m_{AA'}=\frac{y_A-y_{A'}}{x_A-x_{A'}}=\frac{۱-۵}{۳-(-۱)}=\frac{-۴}{۴}=-۱$$

$$m_{AA'}=-۱\ \Rightarrow\ m_{\Delta}=۱$$

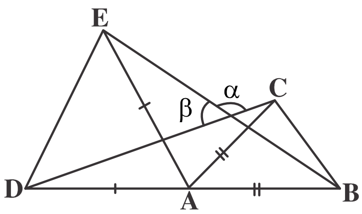
$$P(\frac{x_A+x_{A'}}{۲}\,,\frac{y_A+y_{A'}}{۲})\ \Rightarrow\ P(۱\,,۳)$$

$$\Rightarrow\ \Delta:y-y_P=m_{\Delta}(x-x_P)\ \Rightarrow\ y-۳=۱(x-۱)\ \Rightarrow\ y=x+۲\ \Rightarrow\ \begin{cases}y'=x+۲\\x'=y-۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow\ T(x\,,y)=(y-۲\,,x+۲)\ \Rightarrow\ T(۵\,,۴)=(۲\,,۷)$$

(سراسری ۸۷) (فصل دوم ـ بازتاب)

۳- گزینه «۴» ـ



$$\overset{\Delta}{ADE}:A\hat{E}D=۶۵\,,\ AE=AD\ \Rightarrow\ \left.\begin{matrix}D\hat{A}E=۵۰^\circ\\C\hat{A}B=۵۰^\circ\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ D\hat{A}C=E\hat{A}B$$

$\overset{\Delta}{BAE}\Rightarrow$ دوران به مرکز A و زاویه ۵۰: $\left.\begin{matrix}B\xrightarrow{T}C\\E\xrightarrow{T}D\\A\xrightarrow{T}A\end{matrix}\right\}\ \Rightarrow\ BE=DC\ \Rightarrow\ \hat{\beta}=۵۰\ \Rightarrow\ \alpha=۱۳۰^\circ$

(سراسری ۸۷) (فصل دوم ـ دوران)

۴- گزینه «۱» ـ دوران ۹۰°:

$$T(x\,,y)=(-y\,,x)\ \Rightarrow\ \begin{cases}x'=-y\ \Rightarrow\ y=-x'\\y'=x\end{cases}\ \Rightarrow\ L:۲x+y=۶\ \xrightarrow{T}\ ۲y'+(-x')=۶\ \Rightarrow\ L':۲y-x=۶$$

بازتاب نسبت به $x=۲$:

$$T(x\,,y)=(۴-x\,,y)\ \Rightarrow\ \begin{cases}x'=۴-x\ \Rightarrow\ x=۴-x'\\y'=y\end{cases}\ \Rightarrow\ L':۲y-x=۶\ \xrightarrow{T}\ ۲(y')-(۴-x')=۶\ \Rightarrow\ L'':۲y+x=۱۰$$

(میرعظیم) (فصل دوم ـ دوران و بازتاب)

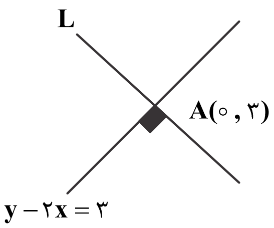
۵- گزینه «۳» ـ

$$A(\frac{۱}{۲}\,,۰)\,,\ B(۱\,,۴)\,,\ C(۲\,,۰)$$

$$S_{\overset{\Delta}{ABC}}=\frac{۱}{۲}|x_A(y_B-y_C)+x_B(y_C-y_A)+x_C(y_A-y_B)|=۳\ \xrightarrow{\text{دوران}}\ S=S'=۳$$

(میرعظیم) (فصل دوم ـ دوران)

۶- گزینه «۲» ـ

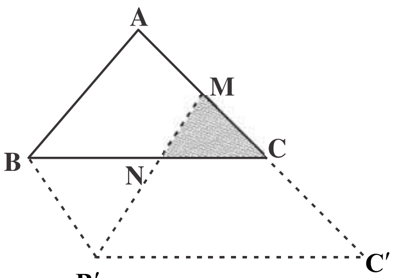


$\begin{cases}y-۲x=۳\\A(۰\,,۳)\end{cases}\ \Rightarrow$ نقطه A روی خط است $\qquad m_L=\frac{-۱}{m}=\frac{-۱}{۲}$

$L:y-y_A=m_L(x-x_A)\ \Rightarrow\ L:y=\frac{-۱}{۲}(x)+۳\ \Rightarrow\ L:۲y+x=۶$ یا $L:y=\frac{-x}{۲}+۳$

(میرعظیم) (فصل دوم ـ انتقال)

۷- گزینه «۱» ـ انتقال شیب خط را حفظ می‌کند. پس:



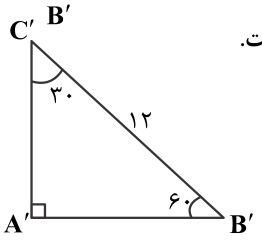
$$CN \parallel B'C' \xrightarrow{\text{تالس جز به کل}} \frac{MC}{MC'} = \frac{NC}{B'C'} = \frac{۱}{۲}$$

از طرفی می‌دانیم $M\overset{\Delta}{B'}C' \sim M\overset{\Delta}{N}C$ پس:

$$\frac{S_{M\overset{\Delta}{N}C}}{S_{M\overset{\Delta}{B'}C'}} = (\frac{۱}{۲})^۲ = \frac{۱}{۴} \Rightarrow S_{M\overset{\Delta}{N}C} = \frac{۱}{۴}(۴) = ۱$$

(میرعظیم) (فصل دوم ـ انتقال)

۸- گزینه «۴» ـ در تبدیل طولپا، طول پاره‌خط‌ها تغییر نمی‌کند. پس مثلث تصویر شده، هم‌نهشت با مثلث اولیه است.



$$\hat{A} = \frac{۳}{۲}\hat{B} = ۳\hat{C}\,,\ \hat{A}+\hat{B}+\hat{C} = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۹۰\,,\ \hat{B} = ۶۰\,,\ \hat{C} = ۳۰ \Rightarrow AB = ۶\,,\ AC = ۶\sqrt{۳}$$

$$S_{\overset{\Delta}{A'B'C'}} = S_{\overset{\Delta}{ABC}} = \frac{AB \times AC}{۲} = \frac{۶ \times ۶\sqrt{۳}}{۲} = ۱۸\sqrt{۳}$$

(میرعظیم) (فصل دوم ـ تبدیل طولپا)

۹- گزینه «۳» ـ ابتدا تبدیل یافته خط L را تحت تبدیل T به‌دست می‌آوریم:

$$T(x\,,y) = (x-۱\,,y-۱) \Rightarrow \begin{cases} x' = x-۱ \\ y' = y-۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x'+۱ \\ y = y'+۱ \end{cases}$$

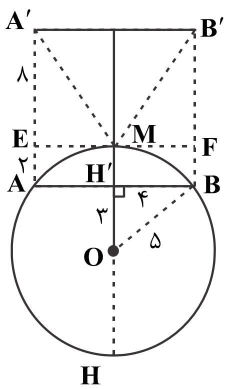
$$T(L) = L' \Rightarrow ۲(y'+۱)+x'+۱ = ۳ \Rightarrow ۲y'+۲+x'+۱ = ۳ \Rightarrow ۲y'+x' = ۰ \Rightarrow y' = \frac{-۱}{۲}x'$$

حال ۲ خط L' و d را با هم قطع می‌دهیم:

$$\begin{cases} y = \frac{-۱}{۲}x \\ y+x = ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = -۴ \\ x = ۸ \end{cases} \Rightarrow \text{نقطه تقاطع } (۸\,,-۴)$$

(سعیدی) (فصل دوم ـ تبدیل)

۱۰- گزینه «۴» ـ



$$C(۰\,,۵)\,,\ AB = ۸ \Rightarrow OM \perp AB \Rightarrow H'B = ۴ \Rightarrow OH' = ۳ \Rightarrow ME = MF = H'B = ۴$$

$$A'\overset{\Delta}{E}M : A'E^۲ + EM^۲ = A'M^۲ \Rightarrow A'M = \sqrt{۴^۲+۸^۲} = \sqrt{۸۰} \Rightarrow A'M + B'M = ۲A'M = ۸\sqrt{۵}$$

(میرعظیم) (فصل دوم ـ انتقال)