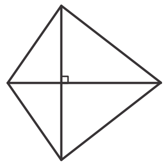
هندسه ۱

۱- گزینه «۴» ـ بررسی سایر گزینه‌ها:



گزینه «۱»: در متوازی‌الاضلاع، زاویه‌های مقابل برابر یکدیگرند، نه مکمل.

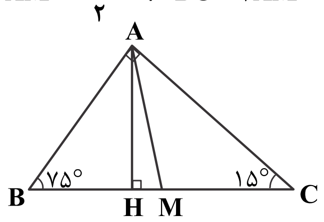
گزینه «۲»: در شکل مقابل دو قطر چهارضلعی بر هم عمود و با هم برابرند، ولی چهارضلعی مربع نمی‌باشد.

گزینه «۳»: مثال نقض این گزینه را می‌توان ذوزنقه متساوی‌الساقین نام برد.

(فیروزی) (فصل سوم ـ درس اول ـ چهارضلعی‌های مهم) (آسان)

۲- گزینه «۱» ـ می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه طول میانه وارد بر وتر نصف وتر است، پس داریم:

$$AM = \frac{BC}{۲} \Rightarrow BC = ۲AM = ۲\times ۴ = ۸$$



از طرفی چون:

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{A} = ۹۰^\circ \\ \widehat{B} = ۷۵^\circ\end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{C} = ۱۸۰^\circ - (۷۵^\circ + ۹۰^\circ) = ۱۵^\circ$$

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه که یک زاویه ۱۵° دارد، طول ارتفاع وارد بر وتر $\frac{۱}{۴}$ طول وتر است، یعنی:

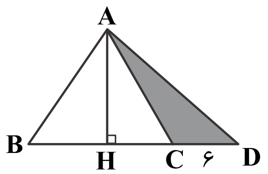
$$AH = \frac{۱}{۴}BC = \frac{۱}{۴}\times ۸ = ۲$$

پس در مثلث قائم‌ازاویه AMH داریم:

$$HM^۲ + AH^۲ = AM^۲ \Rightarrow HM = \sqrt{۴^۲ - ۲^۲} = \sqrt{۱۲} = ۲\sqrt{۳}$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ درس اول ـ ویژگی‌هایی در مثلث قائم‌الزاویه) (دشوار)

۳- گزینه «۳» ـ



$$S_{\overset{\Delta}{ACD}} = \frac{۱}{۲}CD\times AH$$

$$۹ = \frac{۱}{۲}\times ۶\times AH \Rightarrow AH = ۳$$

متساوی‌الاضلاع $ABC \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a \Rightarrow ۳ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a \Rightarrow a = ۲\sqrt{۳}$ است.

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس دوم ـ مساحت ـ مثلث متساوی‌الاضلاع) (متوسط)

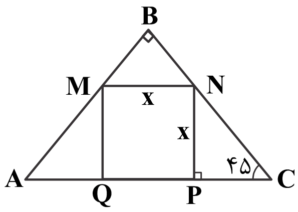
۴- گزینه «۲» ـ

$EF \parallel CD \Rightarrow$ متوازی‌الاضلاع است $EFCD \Rightarrow EF = DC = ۳$

$$S_{DEFC} = EF\times DH = ۳\times\frac{۳}{۲} = \frac{۹}{۲}$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس اول و دوم ـ مساحت و متوازی‌الاضلاع) (متوسط)

۵- گزینه «۴» ــ طول ضلع مربع را x فرض می‌کنیم. از طرفی ABC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس $\hat{C} = ۴۵°$. بنابراین در مثلث:



$$\overset{\Delta}{CPN} : NP = \frac{\sqrt{۲}}{۲}NC \Rightarrow x = \frac{\sqrt{۲}}{۲}NC \Rightarrow NC = \sqrt{۲}x$$

از طرفی دیگر در مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین BNM:

$$BN = \frac{\sqrt{۲}}{۲}MN \Rightarrow BN = \frac{\sqrt{۲}}{۲}x$$

اکنون می‌توان نوشت:

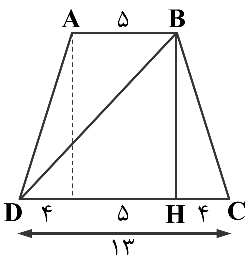
$$BC = BN + NC = \frac{\sqrt{۲}}{۲}x + \sqrt{۲}x = \frac{۳\sqrt{۲}}{۲}x$$

پس:

$$\frac{S_{MNPQ}}{S_{ABC}} = \frac{x^۲}{\frac{۱}{۲}(\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}x)^۲} = \frac{۴}{۹}$$

(فیروزی) (فصل سوم ــ درس دوم ــ مساحت) (دشوار)

۶- گزینه «۲» ــ طبق فرض سؤال طول قطر BD = ۱۵ است، پس داریم:



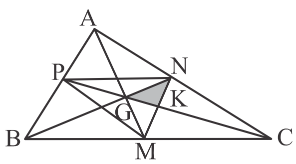
$$BD^۲ = BH^۲ + DH^۲ \Rightarrow BH = \sqrt{۱۵^۲ - ۹^۲} = ۱۲$$

پس:

$$S_{ABCD} = \frac{(AB + CD)\times BH}{۲} = \frac{(۵+۱۳)\times ۱۲}{۲} = ۱۰۸$$

(فیروزی) (فصل سوم ــ درس دوم ــ مساحت) (متوسط)

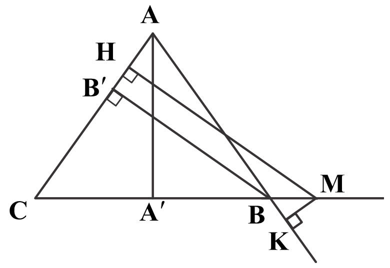
۷- گزینه «۲» ــ می‌دانیم از به هم وصل کردن اوساط اضلاع هر مثلث، ۴ مثلث همنهشت پدید مــی‌آیــد که مساحت هریک از آن‌ها $\frac{۱}{۴}$ مساحت مثلث اولیه بوده و میانه‌های مثلث اولیه بر میانــه‌هــای مثلــث مرکزی منطبق‌اند، یعنی نقطه G مرکز ثقل هر دو مثلث MNP , ABC است. باتوجه به این که شش مثلث حاصل از برخورد میانه‌های یک مثلث هم مساحت‌اند، داریم:



$$S_{\overset{\Delta}{GNK}} = \frac{۱}{۶}S_{\overset{\Delta}{MNP}} \xrightarrow{S_{\overset{\Delta}{MNP}} = S_{\overset{\Delta}{BPM}} = S_{\overset{\Delta}{MNC}}} \frac{S_{\overset{\Delta}{GNK}}}{S_{PNCB}} = \frac{\frac{۱}{۶}S_{\overset{\Delta}{MNP}}}{۳S_{\overset{\Delta}{MNP}}} = \frac{۱}{۱۸}$$

(کتاب همراه علــوی) (فصل سوم ــ درس دوم ــ مساحت و کاربردهای آن) (دشوار)

۸- گزینه «۴» ـ مثلث متساوی‌الساقین است:



$$AA' = \sqrt{۲۵ - ۹} = \sqrt{۱۶} = ۴$$

$$BB' \times AC = AA' \times BC \;\Rightarrow\; BB' = \frac{۴ \times ۶}{۵} = ۴/۸$$

با توجه به این‌که $|MH - MK| = BB'$، بنابراین:

$$|MH - MK| = ۴/۸$$

(گروه مؤلفان علــوی) (فصل سوم ـ مساحت و کاربردهای آن) (متوسط)

۹- گزینه «۲» ـ چون ضلع‌های چهارضلعی حاصل از به هم وصل کردن وسط‌های ضلع‌های هر چهارضلعی، برابر نصف قطرهای آن چهارضلعی اولیــه هستند، از لوزی بودن آن نتیجه می‌شود قطرهای چهارضلعی اولیه دو برابر ضلع‌های لوزی هستند و با هم برابرند.

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم ـ چندضلعی‌ها) (آسان)

۱۰- گزینه «۴» ـ شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی و خارجی متوازی‌الاضلاع، مستطیل است.

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم ـ چندضلعی‌ها) (متوسط)