

ریاضی ۱

۱- گزینه «۱» - تابع همانی شامل زوج‌های مرتبی است که مؤلفه‌های اول و دوم آن‌ها برابر باشند.

$$\left. \begin{aligned} n-1=3 &\Rightarrow n=4 \\ 3m-2=4 &\Rightarrow 3m=6 \Rightarrow m=2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m.n = 4 \times 2 = 8$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس اول) (آسان)

۲- گزینه «۱» - اگر طول مستطیل را a و عرض مستطیل را b بنامیم، داریم:

$$S = a \times b \xrightarrow{a=4b} S = 4b \times b = 4b^2$$

$$\frac{S}{4} = b^2 \Rightarrow \left(\frac{S}{4}\right)^{\frac{1}{2}} = b$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس اول) (متوسط)

۳- گزینه «۴» - می‌دانیم رابطه‌ای تابع است که در آن به ازای هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B نسبت داده شود. با توجه به این نکته، تعداد اعضای برد نمی‌تواند از تعداد اعضای دامنه بیشتر باشد:

تعداد اعضای دامنه \leq تعداد اعضای برد

(طلوعی) (فصل پنجم - درس دوم) (متوسط)

۴- گزینه «۴» -

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{x} = 4 &\Rightarrow x = 16 \\ f(4) = 16 - \sqrt{16} = 16 - 4 = 12 \\ \sqrt{x} = 8 &\Rightarrow x = 64 \\ f(8) = 64 - 8 = 56 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2f(4) - f(8) = 24 - 56 = -32$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس دوم) (متوسط)

۵- گزینه «۳» - ابتدا معادله خطی که از دو نقطه معلوم $(0, -3)$ و $(1, 2)$ می‌گذرد را به دست می‌آوریم:

$$m = \frac{-3-2}{0-1} = 5 \Rightarrow y = 5x + b \xrightarrow{(0, -3)} b = -3 \Rightarrow y = 5x - 3$$

حال باید نقطه $(4, a)$ روی این خط باشد پس:

$$20 - 3 = a \Rightarrow a = 17$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس دوم) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - ابتدا باید حاصل $f(3)$ را به دست آوریم:

$$x = -3 \Rightarrow f(3) + f(3) = 2(-3) + 4 \Rightarrow 2f(3) = -2 \Rightarrow f(3) = -1$$

$$f(-x) - 1 = 2x + 4 \Rightarrow f(-x) = 2x + 5$$

$$x = +5 \Rightarrow f(-5) = 2 \times 5 + 5 = 15$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس دوم) (دشوار)

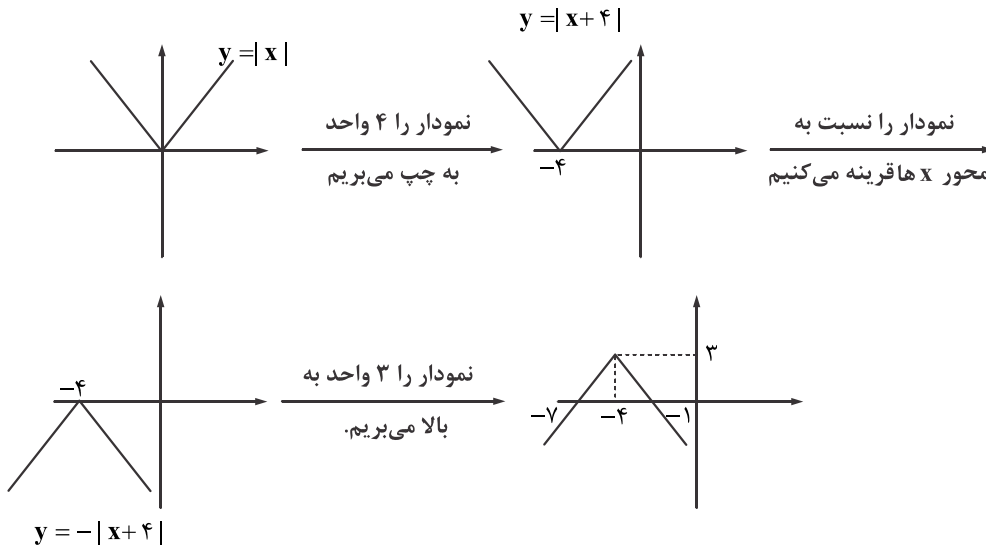
۷- گزینه «۱» - می‌دانیم تابع همانی به فرم $f(x) = x$ است پس باید ضرایب x^2 و عدد تنها صفر و ضریب x برابر یک باشد تا تابع به فرم همانی باشد:

$$\left. \begin{aligned} 2a - b = 0 \\ \frac{a}{4} = 1 \Rightarrow a = 4 \\ c = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2a - b = 0 \xrightarrow{a=4} b = 8$$

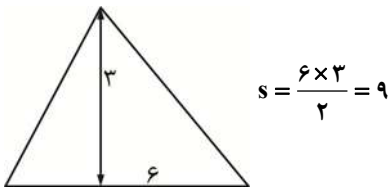
$$\Rightarrow a + b - 2c = 4 + 8 - 2(0) = 12$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس سوم) (دشوار)

۸- گزینه «۲» - با نمودار تابع $y = |x|$ شروع می‌کنیم و به کمک انتقال تابع را رسم می‌کنیم.



حال باید مساحت مثلثی را پیدا کنیم که قاعده آن ۶، $(-1) - (-7) = 6$ و ارتفاع آن ۳ می‌باشد.



(طلوعی) (فصل پنجم - درس سوم) (متوسط)

۹- گزینه «۱» - رابطه f تابع است هرگاه به‌ازای هر ورودی فقط یک خروجی داشته باشد. در رابطه f به‌ازای $x = 2$ باید ضابطه‌های بالا و پایین خروجی یکسان بدهند.

$$\begin{aligned} \xrightarrow{\text{ضابطه بالا}} f(2) &= 4 + 2a - 1 = 2a + 3 \\ \xrightarrow{\text{ضابطه پایین}} f(2) &= 2(2)^2 + 4 = 12 \\ \Rightarrow 2a + 3 &= 12 \Rightarrow 2a = 9 \Rightarrow a = 4/5 \end{aligned}$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس سوم) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» -

$$y = x^2 \xrightarrow{\text{به چپ واحد ۲}} y = (x+2)^2 \xrightarrow{\text{پایین واحد به ۳}} y = (x+2)^2 - 3$$

برای پیدا کردن محل تلاقی نمودار سهمی با محور y ‌ها باید x را برابر صفر قرار دهیم:

$$x = 0 \Rightarrow y = (0+2)^2 - 3 = 4 - 3 = 1$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس سوم) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» - می‌دانیم تابع همانی به فرم $f(x) = x$ و تابع ثابت به فرم $g(x) = k$ می‌باشد.

$$\text{همانی } f : f(-4) = -4$$

با توجه به $g(4) = -3$ داریم:

$$\text{ثابت } g : g(x) = -3 \Rightarrow g(-1) = -3 \Rightarrow |2g(-1)| - f(-4) = |2 \times (-3)| - (-4) = 6 + 4 = 10$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس سوم) (آسان)

۱۲- گزینه «۲» - می‌دانیم دامنه مجموعه همه مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌های تشکیل‌دهنده تابع و برد مجموعه همه مؤلفه‌های دوم این زوج مرتب‌هاست.

$$\text{دامنه} = \{1, 2, 3\} = \{1, a, 2\} \Rightarrow a = 3$$

$$\text{برد} = \{2a, -1, 3a-1\} \xrightarrow{a=3} \{6, -1, 8\}$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس دوم) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» - می‌دانیم تعداد اعضای دامنه باید از تعداد اعضای برد بیشتر و یا با آن مساوی باشند تا رابطه تابع باشد.

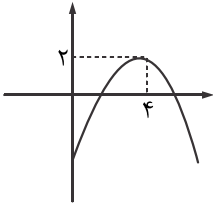
$$55 - 4n \geq 2n + 1 \Rightarrow 6n \leq 54 \Rightarrow n \leq 9$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس دوم) (آسان)

۱۴- گزینه «۲» - نمودار ون زمانی تابع است که از هر عضو مؤلفه اول تنها یک پیکان خارج شود و عضوی در مجموعه اول بدون پیکان نباشد.

(طلوعی) (فصل پنجم - درس اول) (آسان)

۱۵- گزینه «۲» - از نمودار $y = x^2$ آغاز می‌کنیم پس نمودار را ۴ واحد به راست برده، نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم و در نهایت ۲ واحد به بالا می‌بریم:



طبق شکل از ناحیه دوم عبور نمی‌کند. (طلوعی) (فصل پنجم - درس سوم) (متوسط)

۱۶- گزینه «۳» -

$$-3 \leq 3x - 2 < 2$$

$$-1 \leq 3x < 4 \Rightarrow \frac{-1}{3} \leq x < \frac{4}{3}$$

(طلوعی) (فصل پنجم - درس دوم) (آسان)

۱۷- گزینه «۱» - ابتدا باید دامنه تابع را مشخص کرد. از آنجایی که مخرج کسر $1 + x^2$ و همواره مثبت است و به‌ازای هیچ مقداری از x برابر صفر

نمی‌شود. دامنه تابع \mathbb{R} است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۲»: به‌ازای $x = \pm 1$ مقدار عبارت صفر می‌شود.

گزینه «۳»: به‌ازای $x = 0$ مقدار عبارت برابر ۱ می‌شود.

گزینه «۴»: به‌ازای $x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ مقدار عبارت برابر $\frac{1}{3}$ می‌شود.

(یادگاری) (فصل پنجم - درس دوم - برد تابع) (متوسط)

۱۸- گزینه «۴» -

$$g(2) \Rightarrow (2^2) = 8$$

$$f(-2) \Rightarrow (-2)^2 + 4 = 8$$

$$\frac{3g(2) - 2f(-2)}{6} = \frac{24 - 16}{6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

(یادگاری) (فصل پنجم - درس سوم - انواع تابع) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» - f یک تابع ثابت است بنابراین:

$$a - b = b \Rightarrow a = 2b$$

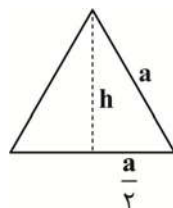
$$(2b, n) = (a, b) \Rightarrow n = b, m = b$$

$$n - m + a = b - b + 2b = 2b$$

(یادگاری) (فصل پنجم - درس سوم - انواع تابع) (متوسط)

۲۰- گزینه «۲» - می‌دانیم هر شش ضلعی منتظم متشکل است از شش مثلث متساوی‌الاضلاع.

مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع:



$$a^2 = h^2 + \frac{a^2}{4} \Rightarrow h^2 = \frac{3a^2}{4} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{h \times a}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow S_{\text{شش ضلعی}} = 6 \times \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2 \sqrt{3}}{2}$$

(یادگاری) (فصل پنجم - درس اول - تابع) (متوسط)