

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» - جمله n ام یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک d و جمله اول a_1 به صورت زیر معرفی می شود:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_1 = -5, d = 2 \Rightarrow a_9 = a_1 + (9-1)d \Rightarrow a_9 = -5 + 8(2) = -5 + 16 = 11$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۲- گزینه «۱» - جمله n ام یک دنباله حسابی برابر است با:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_7 - a_5 = 12 \quad a_7 = a_1 + 6d \quad a_5 = a_1 + 4d$$

$$\Rightarrow a_1 + 6d - (a_1 + 4d) = 12 \Rightarrow \cancel{a_1} + 2d - \cancel{a_1} - 4d = 12 \Rightarrow -2d = 12 \Rightarrow d = -3$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۳- گزینه «۴» - جمله n ام یک دنباله حسابی برابر است با:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$\begin{cases} a_5 = -1 \\ a_8 = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 = a_1 + 4d \\ 5 = a_1 + 7d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +1 = -a_1 - 4d \\ 5 = a_1 + 7d \end{cases} \Rightarrow 6 = 3d \Rightarrow d = 2$$

$$\Rightarrow 1 = -a_1 - 4(2) \Rightarrow 1 = -a_1 - 8 \Rightarrow a_1 = -9$$

$$a_{17} = a_1 + (17-1)d \Rightarrow a_{17} = -9 + 16(2) = 23$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۴- گزینه «۲» - مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه زیر به دست می آید:

$$s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d); s_{10} = 60, d = 2, a_1 = ?$$

$$n = 10 \Rightarrow s_{10} = \frac{10}{2}(2a_1 + (10-1) \times 2) \Rightarrow 60 = 5(2a_1 + 18) \Rightarrow 2a_1 + 18 = 12 \Rightarrow 2a_1 = -6 \Rightarrow a_1 = -3$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۵- گزینه «۳» - مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه $s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ به دست می آید، که a_1 جمله اول و a_n جمله n ام می باشد:

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ a_n = -1 \\ s_n = 80 \end{cases} \Rightarrow s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow 80 = \frac{n}{2}(3 - 1) \Rightarrow 80 = \frac{n}{2}(2) \Rightarrow n = 80$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۶- گزینه «۴» - از فرمول s_n استفاده می کنیم:

$$s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\left. \begin{array}{l} n = 22 \\ d = -\frac{1}{7} \\ s_{22} = 55 \\ a_8 = ? \end{array} \right\} \Rightarrow 55 = \frac{22}{2}(2a_1 + (22-1)(-\frac{1}{7})) \Rightarrow 55 = 11(2a_1 - 3) \Rightarrow 2a_1 - 3 = 5 \Rightarrow 2a_1 = 8 \Rightarrow a_1 = 4$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_8 = 4 + 7(-\frac{1}{7}) \Rightarrow a_8 = 4 - 1 = 3$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۷- گزینه «۱» - در دنباله داده شده داریم:

$$a_1 = \frac{5}{2}, d = \frac{3}{2} - \frac{5}{2} = -\frac{2}{2} = -1, n = 16$$

$$s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow s_{16} = \frac{16}{2}(2(\frac{5}{2}) + 15(-1)) \Rightarrow s_{16} = 8(5 - 15) = 8(-10) = -80 \Rightarrow s_{16} = -80$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۸- گزینه «۳» - جمله n ام یک دنباله هندسی از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ به دست می آید که جمله اول و r نسبت مشترک دنباله است:

$$a_1 = \frac{-1}{3}, r = 3$$

$$n = 4 \Rightarrow a_4 = a_1 r^3 \Rightarrow a_4 = -\frac{1}{3} (3)^3 = \frac{-27}{3} = -9$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۹- گزینه «۴» -

$$a_n = a_1 r^{n-1} \quad a_1 = -3, r = \frac{1}{3}$$

$$a_2 = (-3) \left(\frac{1}{3}\right)^1 = -\frac{3}{3} \quad a_3 = (-3) \left(\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{3}{9}$$

$$a_4 = (-3) \left(\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{3}{27} \Rightarrow a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۰- گزینه «۳» -

$$\left. \begin{array}{l} a_8 = -27 \\ a_5 = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow a_n = a_1 r^{n-1} \xrightarrow{\text{جمله عمومی دنباله هندسی}} \left. \begin{array}{l} a_8 = a_1 r^7 \\ a_5 = a_1 r^4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -27 = a_1 r^7 \\ 1 = a_1 r^4 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{طرفین را بر هم تقسیم می کنیم}} -\frac{27}{1} = \frac{a_1 r^7}{a_1 r^4}$$

$$-27 = r^3 \Rightarrow (-3)^3 = r^3 \Rightarrow r = -3$$

r را در یکی از معادلات بالا قرار می دهیم تا a_1 را به دست آوریم:

$$1 = a_1 (-3)^4 \Rightarrow a_1 = (-3)^{-4}$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_n = (-3)^{-4} (-3)^{n-1} = (-3)^{n-5} \Rightarrow a_n = (-3)^{n-5}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۱- گزینه «۲» - در دنباله هندسی هر جمله به جزء جمله اول از ضرب یک عدد ثابت در جمله قبلی به دست می آید که این عدد ثابت، نسبت مشترک نامیده می شود. بنابراین داریم:

$$-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{10}, \frac{1}{50}, \dots \Rightarrow \frac{1}{2} = -\frac{1}{5} \left(\frac{1}{2} \right) \quad \text{یا} \quad -\frac{1}{10} = -\frac{1}{5} \left(\frac{1}{20} \right)$$

$$\Rightarrow \text{نسبت مشترک} = -\frac{1}{5}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۲- گزینه «۱» - از رابطه $a_{n+1} = -\frac{1}{4} a_n$ نتیجه می گیریم a_n یک دنباله هندسی با نسبت مشترک $-\frac{1}{4}$ می باشد. جمله عمومی دنباله هندسی

عبارت است از:

$$a_n = a_1 r^{n-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_9 = a_1 r^8 \\ a_{11} = a_1 r^{10} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a_9}{a_{11}} = \frac{a_1 r^8}{a_1 r^{10}} = \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{a_9}{a_{11}} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} \Rightarrow \frac{a_9}{a_{11}} = 16$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۳- گزینه «۲» - از دنباله نتیجه می گیریم که نسبت مشترک برابر ۲ می باشد.

$$\frac{1}{2}, 1, 2, 4, \dots \quad \frac{1}{2} = 2 \left(\frac{1}{4} \right) \quad a_1 = \frac{1}{2}$$

جمله n ام یک دنباله هندسی به صورت $a_n = a_1 r^{n-1}$ می باشد.

$$32 = \frac{1}{2} (2)^{n-1} \Rightarrow (2)^{n-1} = 32 \times 2 \Rightarrow 2^{n-1} = 64 \Rightarrow 2^{n-1} = 2^6 \Rightarrow n-1 = 6 \Rightarrow n = 7$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۴- گزینه «۳» - هر دنباله هندسی به صورت $a_n = a_1 r^{n-1}$ با فرض $a_1 > 0$ اگر $0 < r < 1$ باشد، دنباله کاهشی است. فقط گزینه «۳» این شرط را داراست. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۵- گزینه «۲» -

$$a_n = a_1 r^{n-1}, a_8 = -\frac{1}{81}, a_1 = -1$$

$$a_8 = a_1 r^7 \Rightarrow -\frac{1}{81} = -1 r^7 \Rightarrow r^7 = \frac{1}{81} \Rightarrow r^7 = \left(\frac{1}{3}\right)^6 \Rightarrow r = \frac{1}{3}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۶- گزینه «۴» -

$x = -2$ در محدوده $x < -1$ قرار دارد. برای محاسبه $f(-2)$ از ضابطه اول استفاده می‌کنیم:

$$f(-2) = 2(-2) - 1 = -4 - 1 = -5$$

$x = 2$ در محدوده $x \geq 2$ قرار دارد. بنابراین برای محاسبه $f(2)$ از ضابطه سوم استفاده می‌کنیم:

$$f(2) = (2)^2 + 3 = 4 + 3 = 7$$

$x = 0$ در محدوده $-1 \leq x < 2$ قرار دارد. در نتیجه برای محاسبه $f(0)$ از ضابطه دوم استفاده می‌کنیم:

$$f(0) = -(0) + 1 = 1$$

$$\Rightarrow f(-2) + f(2) + f(0) = -5 + 7 + 1 = 3$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس اول - تابع چند ضابطه‌ای)

۱۷- گزینه «۱» - در تابع همانی، مؤلفه‌های اول و دوم هر زوج مرتب با هم برابرند.

$$\left. \begin{aligned} (-1, m+1) &\Rightarrow m+1 = -1 \Rightarrow m = -2 \\ (3, n-3) &\Rightarrow n-3 = 3 \Rightarrow n = 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m+n = -2+6 = 4$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس اول - تابع همانی)

۱۸- گزینه «۳» - مورد «الف» طبق مطالب کتاب درسی صفحه ۳۴ درست است.

$$\text{مورد «ب» درست است.} \Rightarrow \text{sign}(-3) = -1 \Rightarrow \text{علامت } \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

دامنه تابع علامت مجموعه اعداد حقیقی و برد آن $\{0, 1, -1\}$ می‌باشد بنابراین مورد «پ» نادرست است.

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس دوم - تابع پلکانی و علامت)

۱۹- گزینه «۲» - تابعی را که به هر عدد صحیح k خود همان عدد و به تمام اعداد میان دو عدد صحیح متوالی $k, k+1$ ، عدد صحیح k را نسبت می‌دهد تابع جزء صحیح می‌نامند.

$$k \leq x < k+1 \Rightarrow [x] = k$$

$$\left. \begin{aligned} -3 \leq -2/3 < -2 &\Rightarrow [-2/3] = -3 \\ 1 \leq 1/8 < 2 &\Rightarrow [1/8] = 1 \\ 0 \leq 0/3 < 1 &\Rightarrow [0/3] = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow [-2/3] + [1/8] + [0/3] = -3 + 1 + 0 = -2$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس دوم - تابع جزء صحیح)

۲۰- گزینه «۴» - نمودار رسم شده همان نمودار تابع $y = |x|$ است که y واحد به سمت راست رفته است. اگر نمودار $|x| = y$ را a واحد به راست ببریم به ضابطه $|x-a| = y$ می‌رسیم در نتیجه داریم: $|x-2| = y$ که ضابطه نمودار رسم شده است.

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس دوم - تابع قدرمطلق)