

## ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» - مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی  $a_n = a_1 + (n-1)d$  از رابطه  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$  به دست می آید:

$$a_1 = 1 \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(1 + a_{10}) \Rightarrow 30 = 5(1 + a_{10}) \Rightarrow a_{10} = 5$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی)

۲- گزینه «۳» - مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه زیر به دست می آید:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

در دنباله  $\dots, -1, 2, 5$  جمله اول برابر ۵. اختلاف مشترک برابر ۳- است:

$$d = 2 - 5 = -3$$

حال به کمک رابطه بالا مجموع ۱۶ جمله اول را به دست می آوریم:

$$S_{16} = \frac{16}{2}(2(5) + 15(-3)) = 8(10 - 45) = -280$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی)

۳- گزینه «۱» - چون جمله سیزدهم، ۳ واحد از جمله دوازدهم کمتر است پس داریم:

$$a_{13} - a_{12} = 3 \Rightarrow a_{12} - a_{11} = -3$$

اختلاف دو جمله متوالی در دنباله حسابی همان  $d$  است، بنابراین:

$$d = a_{12} - a_{11} = -3$$

با توجه به رابطه مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2}[2a_1 + 11(-3)] \Rightarrow 49 = 6[2a_1 - 33] \Rightarrow 2a_1 - 33 = 8 \Rightarrow a_1 = 20.5$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی)

۴- گزینه «۳» - جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت  $a_n = a_1 + (n-1)d$  می باشد:

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = 14 \\ d = 12 - 14 = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow a_{18} = 14 + 17(-2) = -20$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - جمله عمومی دنباله حسابی)

۵- گزینه «۴» - ابتدا باید جمله عمومی دنباله حسابی را به دست آوریم. جمله عمومی یک دنباله حسابی از رابطه  $a_n = a_1 + (n-1)d$  به دست می آید:

$$a_1 = \frac{1}{4} \Rightarrow a_n = \frac{1}{4} + (n-1)\left(-\frac{1}{4}\right) \Rightarrow a_n = -\frac{1}{4}n + 1$$

حال جمله  $(n-2)$ ام دنباله را به دست می آوریم. برای این کار در رابطه  $a_n$ ، به جای  $n$ ،  $n-2$  قرار می دهیم:

$$a_{n-2} = -\frac{1}{4}(n-2) + 1 \Rightarrow a_{n-2} = -\frac{1}{4}n + 2$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۶- گزینه «۲» - نکته: اگر میان دو عدد  $a$ ،  $b$ ،  $n$  عدد را به گونه ای قرار دهیم که جملات دنباله از  $a$  تا  $b$  یک دنباله حسابی تشکیل دهد، اختلاف مشترک از رابطه زیر به دست می آید:

$$d = \frac{b-a}{n+1}$$

طبق رابطه بالا داریم:

$$a = -2$$

$$b = 14 \Rightarrow 4 = \frac{14 - (-2)}{n+1} \Rightarrow 4 = \frac{16}{n+1} \Rightarrow n+1 = 4 \Rightarrow n = 3$$

$$d = 4$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۷- گزینه «۳» -  $a_n$  و  $a_{n+1}$  جملات متوالی دنباله هستند. پس می توان با توجه به رابطه بازگشتی  $a_{n+1} = a_n - 2$ ، اختلاف مشترک را به دست آورد:

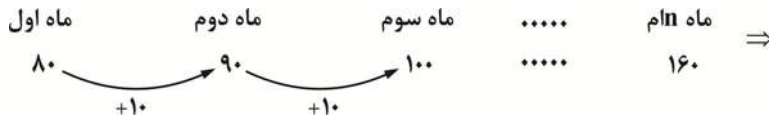
$$a_{n+1} - a_n = -2 \Rightarrow d = -2$$

مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه زیر به دست می آید:

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}[2 \times 14 + 19(-2)] \Rightarrow S_{20} = -100$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی)

۸- گزینه «۴» - تولید این کارخانه به صورت زیر است:



اعداد بالا باهم تشکیل یک دنباله حسابی می دهند:

$$a_1 = 80, d = 10$$

جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت  $a_n = a_1 + (n-1)d$  است:

$$160 = 80 + (n-1) \times 10 \Rightarrow (n-1) \times 10 = 80 \Rightarrow n-1 = 8 \Rightarrow n = 9$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس دوم - دنباله های حسابی)

۹- گزینه «۱» - جمله  $n$ ام یک دنباله هندسی از رابطه  $a_n = a_1 r^{n-1}$  به دست می آید که در آن  $a_1$  جمله اول و  $r$  نسبت مشترک دنباله است به طوری که  $a_1 \neq 0$  و  $r$  می باشد:

$$\begin{cases} a_5 = 8 & a_5 = a_1 r^4 \Rightarrow 8 = a_1 (-2)^4 \\ r = -2 & \\ a_1 = ? & 8 = a_1 (16) \Rightarrow a_1 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۰- گزینه «۳» -

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 10 \\ a_3 + a_4 = 40 \end{cases} \quad (1)$$

جمله عمومی یک دنباله هندسی از رابطه  $a_n = a_1 r^{n-1}$  به دست می آید که با فرض  $a_1 > 0$  اگر  $0 < r < 1$  باشد دنباله کاهشی و اگر  $r > 1$  باشد دنباله افزایشی است:

با توجه به این مطالب جملات اول تا چهارم را به دست می آوریم و در رابطه (۱) جایگذاری می کنیم:

$$\begin{cases} a_1 + a_1 r = 10 \\ a_1 r^2 + a_1 r^3 = 40 \end{cases} \quad (2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1(1+r) = 10 \\ a_1 r^2(1+r) = 40 \end{cases} \quad (3) \xrightarrow{\text{تقسیم می کنیم} \quad \text{۲ معادله را برهم}} \frac{a_1(1+r)}{a_1 r^2(1+r)} = \frac{10}{40} \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow r = \pm 2 \quad (4)$$

چون دنباله افزایشی است فقط  $r = 2$  قابل قبول است.  $r$  را در یکی از معادلات بالا جایگزین می کنیم تا  $a_1$  به دست آید:

$$a_1 + a_1 r = 10 \Rightarrow a_1(1+2) = 10 \Rightarrow a_1 = \frac{10}{3}$$

حالا می توانیم جمله هفتم را به دست آوریم:

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_7 = a_1 r^6 = \frac{10}{3} (2)^6 = \frac{640}{3}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۱- گزینه «۲» - جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت  $a_n = a_1 r^{n-1}$  است. باید یک  $n$  پیدا کنیم.

$$\begin{cases} a_1 = 3 \\ r = 2 \Rightarrow 48 = 3(2)^{n-1} \Rightarrow 2^{n-1} = \frac{48}{3} = 16 = 2^4 \Rightarrow n-1 = 4 \Rightarrow n = 5 \\ a_n = 48 \end{cases}$$

بنابراین جمله پنجم برابر ۴۸ می باشد. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۲- گزینه «۴» - رابطه بازگشتی دنباله هندسی به صورت  $a_{n+1} = r \cdot a_n$  است که در آن  $r$  نسبت مشترک است. فقط دنباله گزینه «۴» به این صورت است. (اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۳- گزینه «۱» - از فرمول  $a_n = a \cdot \left(\frac{1}{r}\right)^n$  استفاده می کنیم:

$$5 = 80 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{5}{80} = \frac{1}{16} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \Rightarrow n = 4$$

بعد از ۴ نیمه عمر مقدار دارو در بدن ۵ میلی گرم می شود.

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۴- گزینه «۳» - جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت  $a_n = a_1 r^{n-1}$  می باشد که  $r$  نسبت مشترک و  $a_1$  جمله اول است. طبق سؤال داریم:

$$\begin{cases} a_1 = 64 \\ a_6 = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 64 = a_1 r^5 \\ 16 = a_1 r^5 \end{cases} \xrightarrow{\text{ششم را برهم تقسیم می کنیم} \quad \text{جملات دهم و}} \frac{64}{16} = \frac{a_1 r^5}{a_1 r^5} \Rightarrow 4 = r^6 \Rightarrow r^2 = 2 \Rightarrow r = \pm\sqrt{2}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس اول - دنباله هندسی)

۱۵- گزینه «۴» - در تابع ثابت تمام خروجی‌ها (yها) باهم برابرند بنابراین داریم:

$$a - 2 = 2 - 3a \Rightarrow -4a = -4 \Rightarrow a = 1$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس اول - تابع ثابت)

۱۶- گزینه «۲» -  $x = -4$  در محدوده  $x < -3$  است پس برای محاسبه  $f(-4)$  از ضابطه اول استفاده می‌کنیم.

$$f(x) = -x^3 \Rightarrow f(-4) = 64$$

$x = -1$  در محدوده  $-3 \leq x < 1$  قرار دارد. برای محاسبه  $f(-1)$  از ضابطه دوم استفاده می‌کنیم:

$$f(x) = x^2 + 1 \Rightarrow f(-1) = 2$$

$x = 2$  در محدوده  $x \geq 1$  قرار دارد. برای محاسبه  $f(2)$  از ضابطه سوم استفاده می‌کنیم:

$$f(x) = x - 1 \Rightarrow f(2) = 1 \Rightarrow f(-4) + f(-1) - f(2) = 64 + 2 - 1 = 65$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس اول - تابع چند ضابطه‌ای)

۱۷- گزینه «۴» - ضابطه تابع همانی به صورت  $f(x) = x$  است. پس نمودار این تابع حتماً روی خط  $y = x$  (نیمساز ربع اول و سوم) قرار دارد که می‌تواند «کل خط» «یک یا چند نقطه روی این خط»، «یک یا چند پاره خط روی این خط» باشد. گزینه «۴» این شرط را ندارد. نمودار گزینه

«۴»، نمودار یک تابع ثابت با دامنه معین است. (اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس اول - تابع همانی)

۱۸- گزینه «۱» - به تابع پلکانی با ضابطه روبه‌رو تابع علامت می‌گوییم:

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{sign}(-2) = -1$$

با توجه به محدوده ضابطه‌های تابع علامت، می‌بینیم که تابع علامت همه اعداد را به‌عنوان ورودی قبول می‌کند پس دامنه تابع علامت برابر کل

اعداد حقیقی است. (اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس دوم - تابع علامت)

۱۹- گزینه «۳» - تابع قدرمطلق به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}, f(x) = |-2x - 3| \Rightarrow$$

اگر  $-2x - 3 \geq 0$ ، خروجی خود  $-2x - 3$  است. اگر  $-2x - 3 < 0$ ، خروجی قرینه  $-2x - 3$  است:

$$-2x - 3 \geq 0 \Rightarrow f(x) = -2x - 3$$

$$-2x - 3 < 0 \Rightarrow f(x) = -(-2x - 3) = 2x + 3$$

$$f(x) = |-2x - 3| = \begin{cases} -2x - 3 & -2x - 3 \geq 0 \\ 2x + 3 & -2x - 3 < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} -2x - 3 & x \leq -\frac{3}{2} \\ 2x + 3 & x > -\frac{3}{2} \end{cases}$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس دوم - تابع قدر مطلق)

۲۰- گزینه «۲» - اگر  $[x] = k$  باشد آن‌گاه  $k \leq x < k + 1$  قرار دارد. بنابراین اگر  $[x] = -4$  باشد:

$$-4 \leq x < -4 + 1 \Rightarrow -4 \leq x < -3$$

(اکبری) (پایه یازدهم - فصل دوم - درس دوم - تابع جزء صحیح)