

$$g(1-a) = 66 \Rightarrow 4^{1-a} + 2 = 66 \Rightarrow 4^{1-a} = 64$$

$$\Rightarrow 1-a = 3 \Rightarrow a = -2$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم - فصل پنجم - نمادی) (آسان)

گزینه «۱» - دامنه تابع  $x > 0$  است بنابراین:

$$y = \frac{|x|}{x} \log x = \frac{x}{x} \log x = \log x$$

پس گزینه اول نمودار تابع است.

(کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم - فصل پنجم - لگاریتم) (متوسط)

گزینه «۳» -

$$\log E_1 = 1/1/8 + 1/5M \quad (1)$$

$$\log E_2 = 1/1/8 + 1/5(M+1/2) \quad (2)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم.

$$\log E_2 - \log E_1 = 1/5 \times 1/2 = 1/10$$

$$\Rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} = 1/10 \Rightarrow \frac{E_2}{E_1} = 10^{1/10} \Rightarrow E_2 = 10^{1/10} E_1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - کاربرد لگاریتم) (آسان)

گزینه «۲» - نمودار مورد نظر مربوط به تابع لگاریتمی است که به ازای  $x=2$  برابر صفر می‌شود. تنها گزینه ممکن  $y = 1 - \log_2 x$  است.

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - نمودار لگاریتم) (آسان)

گزینه «۱» - تابع  $a > 1, \log_a x$  و وارونش یکدیگر را در هیچ نقطه‌ای قطع نمی‌کنند.

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - نمودار لگاریتم) (متوسط)

گزینه «۴» -

$$2^2 < 6 < 2^3 \Rightarrow 2 < \log_2 6 < 3$$

$$\Rightarrow -3 < -\log_2 6 < -2 \Rightarrow [-\log_2 6] = -3$$

$$\log_2 \sqrt{8} = \log_2 2^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2}$$

پس جواب نهایی  $(-3) \times \frac{3}{2}$  یعنی  $-4.5$  است.

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - لگاریتم) (متوسط)

گزینه «۲» -

$$\log(a+2) = -2 \Rightarrow a+2 = 10^{-2} = 0.01 \Rightarrow 10 \cdot a + 20 = 1$$

$$10b+1 = \log(10 \cdot a + 20) = \log 1 = 0 \Rightarrow b = -\frac{1}{10} \Rightarrow 4b = -2$$

$$\Rightarrow 4b + 10 \cdot 2 = 10 \cdot 0$$

$$\log(4b + 10 \cdot 2) = \log 10 = 2$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - لگاریتم) (متوسط)

گزینه «۴» -

$$4^x + 2^x = 30 \Rightarrow (2^x)^2 + (2^x) - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (2^x + 6)(2^x - 5) = 0 \Rightarrow 2^x - 5 = 0 \Rightarrow x = \log_2 5$$

$$\log(x - \log_2 2/5) = \log(\log_2 5 - \log_2 2/5)$$

$$= \log(\log_2 2) = \log 1 = 0$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - لگاریتم) (متوسط)

گزینه «۳» -

$$f^{-1}(1+f(x)) = \log x \Rightarrow 1+f(x) = f(\log x)$$

$$x = 10 \Rightarrow 1+f(10) = f(\log 10) \Rightarrow f(10) - f(2) = -1$$

(نصیری) (پایه یازدهم - فصل پنجم - لگاریتم) (دشوار)

گزینه «۱» -

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{25}{9} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{-x} = \left(\frac{5}{2}\right)^2 \Rightarrow x = -2$$

$$\log_{16}(-x) = \log_{16} 2 = \frac{1}{4}$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه یازدهم - فصل پنجم - لگاریتم) (متوسط)

$$A = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{1 - \sqrt{x}} \times \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$$

$$= - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} \times \lim_{x \rightarrow 1} (1 + \sqrt{x}) = -2f'(1)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 2ax \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{3} + 2a$$

$$-2f'(1) = \frac{-26}{3} \Rightarrow f'(1) = \frac{13}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} + 2a = \frac{13}{3} \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x} + 2x^2 \Rightarrow f(8) = 2 + 128 = 130$$

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{f(x) - 130}{x-8} = f'(8) = \frac{1}{3 \times 4} + 2 \times 2 \times 8 = 32 + \frac{1}{12} = 32 \frac{1}{12}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - قوانین مشتق‌گیری) (دشوار)

گزینه «۴» - تابع در  $x=2$  پیوستگی راست ندارد بنابراین مشتق راست ندارد.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - قوانین مشتق‌گیری) (آسان)

گزینه «۱» -

$$f(1) = 1 + 2 = 3 \Rightarrow A(1, 3) \in f$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + \frac{3}{2\sqrt{2x+1}} \Rightarrow f'(1) = \frac{1}{3} + \frac{3}{4} = \frac{13}{12}$$

$$\text{مسلم خط } y - 3 = \frac{13}{12}(x-1) \xrightarrow{x=0} y = 3 - \frac{13}{12} = \frac{36-13}{12} = \frac{23}{12}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - خط مماس) (متوسط)

گزینه «۴» - در همسایگی  $x=2$  و  $x=3$  حاصل  $\left[\frac{1}{x}\right]$  صفر می‌شود. در همسایگی

راست  $x=2$  و  $x=3$  عبارت  $x - x^2$  منفی می‌شود.

$$f(x) = x^2 - 4 \Rightarrow f'(x) = 2x$$

$$f'_+(2) + f'_+(3) = 4 + 6 = 10$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق قدرمطلق و برکت) (متوسط)

گزینه «۴» -

$$y'(2) = \frac{f'(2)g(2) - g'(2)f(2)}{(g(2))^2} - g'(2)f'(g(2))$$

$$y'(2) = \frac{2 \times 5 - 6 \times 6}{(5)^2} - 6f'(5) = \frac{10 - 36}{25} - 6 \times 6 = \frac{-26}{25} - 36$$

$$= -37.04$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق تابع مرکب) (دشوار)

گزینه «۲» -

$$f(x\sqrt{x}) = x^2 + x \Rightarrow \left(\sqrt{x} + \frac{x}{2\sqrt{x}}\right) f'(x\sqrt{x}) = 2x + 1$$

$$\xrightarrow{x=4} 3f'(8) = 9 \Rightarrow f'(8) = 3$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق تابع مرکب) (آسان)

گزینه «۱» -

$$y' = g'(x)f'(g(x)) + f'(x+1)$$

$$y'(3) = g'(3)f'(g(3)) + f'(4) = 5f'(4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x-4} \times \lim_{x \rightarrow 4} \frac{1}{x+4} = \frac{1}{8} f'(4) = 1$$

$$\Rightarrow f'(4) = 8 \Rightarrow 5f'(4) = 40$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق ترکیب دو تابع) (متوسط)

گزینه «۲» - چون  $f'_+(0) = f'_-(0) = +\infty$  است، بنابراین تابع  $f$  در  $x=0$  مشتق‌پذیر نیست و در سایر نقاط دامنه مشتق دارد.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق‌پذیری در بازه) (متوسط)

گزینه «۱» -

$$g'(x) = 3f^2(x)f'(x) \Rightarrow g'(1) = 3f^2(1)f'(1)$$

$$f'(x) = 6x - 2 \Rightarrow f'(1) = 4$$

$$g'(1) = 3 \times 1 \times 4 = 12$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق تابع مرکب) (متوسط)

گزینه «۱» - تابع  $f$  در  $x=1$  پیوسته و مشتق‌پذیر است، بنابراین:

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & x \geq 1 \\ 2 & x < 1 \end{cases}$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - تابع مشتق) (متوسط)

۲۱- گزینه «۴» - مشتق تک تک گزینه‌ها را حساب می‌کنیم.

$$\text{گزینه «۱» } y' = \frac{-2x}{(x^2+1)^2}$$

$$\text{گزینه «۲» } y' = \frac{1+x^2-2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$\text{گزینه «۳» } y' = \frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}$$

$$\text{گزینه «۴» } y' = \frac{-4-10}{(10-x)^2} = \frac{-14}{(10-x)^2}$$

ملاحظه می‌کنید که مشتق تابع گزینه «۴» در همه نقاط دامنه منفی است.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق‌گیری) (متوسط)

۲۲- گزینه «۴» -

$$f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^2+1) + 2x\sqrt{3x+2} \Rightarrow f'(0) = \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{3}{4}\sqrt{2}$$

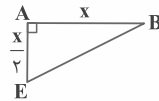
(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - قوانین مشتق‌گیری) (آسان)

۲۳- گزینه «۲» - تابع  $f$  روی  $D_f$  مشتق‌پذیر است.  $\frac{[x]}{y}$  شبیه عدد عمل می‌کند.

$$f(x) = \frac{[x]}{y} x^2 \xrightarrow{x \in \mathbb{R} - \mathbb{Z}} f'(x) = \frac{[x]}{y} \times 2x = [x]x$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - مشتق‌گیری) (دشوار)

۲۴- گزینه «۲» -



$$S = \frac{1}{2} \times \frac{x}{2} \times x = \frac{1}{4} x^2 \Rightarrow S' = \frac{1}{2} x \Rightarrow S'(4) = 2$$

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - آهنگ لحظه‌ای) (آسان)

۲۵- گزینه «۳» - با توجه به نمودار فقط در دو نقطه شیب خط مماس برابر شیب پاره خط AB خواهد بود.

(نصیری) (پایه دوازدهم - فصل چهارم - آهنگ لحظه‌ای و متوسط) (آسان)