## هندسه ۳

۱- گزینه «۳» ــ بنابر فرض مسئله:

$$AA' = ۲FF' \Rightarrow ۲a = ۲(۲c) \Rightarrow a = ۲c$$

از طرف دیگر می‌دانیم $a^۲ = b^۲ + c^۲$، در نتیجه:

$$۴c^۲ = b^۲ + c^۲ \Rightarrow b^۲ = ۳c^۲ \Rightarrow b = \sqrt{۳}c$$

اکنون می‌نویسیم:

$$\frac{AA'}{BB'} = \frac{۲a}{۲b} = \frac{a}{b} = \frac{۲c}{\sqrt{۳}c} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ــ فصل دوم ــ درس سوم)

۲- گزینه «۳» ــ بنابر شکل

$$P\hat{B}F + F\hat{B}O = ۹۰^\circ ، P\hat{B}F + \alpha = ۹۰^\circ$$

بنابراین

$$F\hat{B}O = \alpha$$

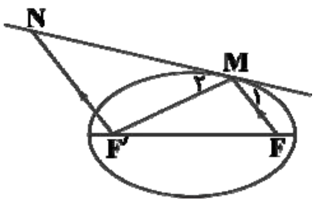
اکنون در مثلث OBF، بنابر نسبت‌های مثلثاتی

$$\sin\alpha = \frac{OF}{BF} = \frac{c}{a}$$

یعنی خروج از مرکز برابر $\sin\alpha$ است.

(هویدی) (پایه دوازدهم ــ فصل دوم ــ درس سوم)

۳- گزینه «۱» ــ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. چون d در نقطه M مماس بر بیضی است، پس:




$$\widehat{M}_۱ = \widehat{M}_۲ \quad (۱)$$

از طرف دیگر $MF \parallel NF'$ و NM مورب است، پس:

$$\widehat{N} = \widehat{M}_۱ \quad (۲)$$

از برابری‌های (۱) و (۲) به‌دست می‌آید:

$\widehat{N} = \widehat{M}_۲ \Rightarrow$ مثلث $F'MN$ متساوی‌الساقین است $\Rightarrow MF' = NF' \quad (۳)$

از طرف دیگر $MF + MF' = ۲a$ و $AA' = ۲a = ۶$ و $MF = ۲$ . بنابراین:

$$۲ + MF' = ۶ \Rightarrow MF' = ۴ \quad (۴)$$

از برابری‌های (۳) و (۴) به‌دست می‌آید:

$$NF' = ۴$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ــ فصل دوم ــ درس سوم)

۴- گزینه «۳» ــ می‌دانیم فاصله هر نقطه روی سهمی از کانون با فاصلهٔ این نقطه از خط هادی برابر است. پس $MF = ۴\sqrt{۲}$ در نتیجه:

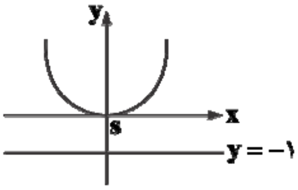
$$\sqrt{۴^۲ + (m+۱)^۲} = ۴\sqrt{۲} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۴^۲ + (m+۱)^۲ = ۴^۲ \times ۲ \Rightarrow (m+۱)^۲ = ۴^۲ \xrightarrow{m>۰} m = ۳$$

یعنی $M(-۲, ۳)$. اکنون می‌نویسیم:

مجموع مختصات $M = -۲ + m = -۲ + ۳ = ۱$

(هویدی) (پایه دوازدهم ــ فصل دوم ــ درس سوم)

۵- گزینه «۲» ـ رأس سهمی $x^{۲} = -\frac{۱۶}{m}y$ نقطه $S(۰ , ۰)$ است. چون معادله خط هادی $y = -۱$ است پس دهانه سهمی به سمت بالا است و معادله خط هادی $y = -a$ است. از طرف دیگر:



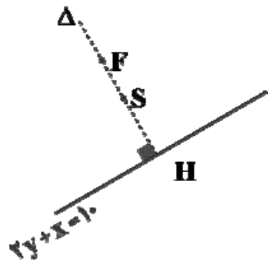

$$۴a = -\frac{۱۶}{m} \Rightarrow a = -\frac{۴}{m}$$

اکنون به‌دست می‌آید:

$$\frac{۴}{m} = -۱ \Rightarrow m = -۴$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس سوم)

۶- گزینه «۴» ـ از شکل فرضی روبه‌رو استفاده می‌کنیم. معادله خط $\Delta$ (گذرنده از F و عمود بر خط هادی را می‌نویسیم):




$$\Delta : y - ۲x = -۵$$

محل برخورد خط $\Delta$ و خط هادی (یعنی نقطه H) را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} y - ۲x = -۵ \\ ۲y + x = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow H = (۴ , ۳)$$

وسط پاره‌خط FH رأس سهمی (S) است:

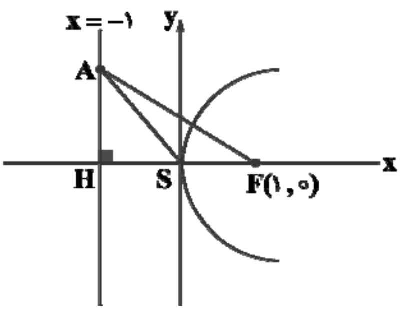
$$S = \frac{F + H}{۲} = (۳ , ۱)$$

در نهایت به‌دست می‌آید:

مجموع مختصات رأس سهمی $= ۳ + ۱ = ۴$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس سوم)

۷- گزینه «۱» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. در سهمی $y^{۲} = ۴x$، مقدار a برابر ۱ و $S(۰ , ۰)$ مختصات رأس سهمی است.




دهانه سهمی به سمت راست است و $F(۱ , ۰)$. کانون در معادله خط $x + y = m$ صدق می‌کند:

$$x + y = m \xrightarrow{F=(۱,۰)} ۱ + ۰ = m \Rightarrow m = ۱$$

اکنون خط $x + y = ۱$ را با خط هادی $(x = -۱)$ قطع می‌دهیم تا مختصات A به‌دست بیاید:

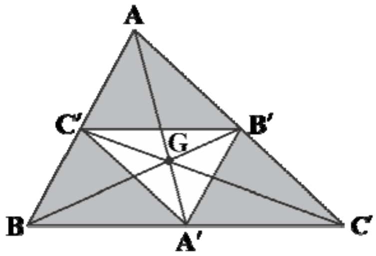
$$\begin{cases} x + y = ۱ \\ x = -۱ \end{cases} \Rightarrow A = (-۱ , ۲)$$

اکنون مساحت مثلث ASF را به‌دست می‌آوریم:

$$S_{ASF} = \frac{۱}{۲} SF \times AH = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۲ = ۱$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس سوم)

۸- گزینه «۲» ــ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم، که در آن $G$ مرکز ثقل مثلث است. چون میانه‌ها یکدیگر را به نسبت ۲ از رأس و ۱ از وسط ضلع قطع می‌کنند، پس مجانس مثلث $ABC$، مثلث $A'B'C'$ است ( $A'$ ، $B'$ و $C'$ وسط ضلع‌های مثلث $ABC$ هستند).




می‌دانیم:

$$S_{AB'C'} = S_{BC'A'} = S_{CA'B'} = S_{A'B'C'}$$

چون مساحت بین $ABC$ و $A'B'C'$ برابر

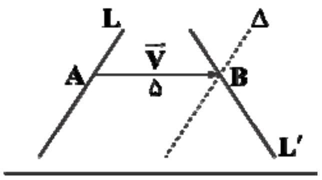
$$S_{AB'C'} + S_{BC'A'} + S_{CA'B'}$$

است، نتیجه می‌گیریم ۶ = $3S_{A'B'C'}$ یعنی ۲ = $S_{A'B'C'}$. در نتیجه

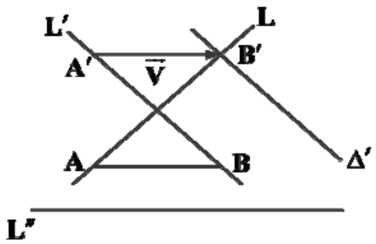
$$S_{ABC} = 4S_{A'B'C'} = 8$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ــ فصل دوم ــ درس اول)

۹- گزینه «۲» ــ خط $L$ را به‌وسیله بردار $\vec{V}$ به طول ۵ سانتی‌متر و موازی $L''$ مطابق شکل <u>انتقال</u> می‌دهیم، تا خط $\Delta$ به‌دست آید. محل برخورد دو خط $L'$ و $\Delta$ را $B$ می‌نامیم. اکنون از نقطه $B$ خطی موازی $L''$ رسم می‌کنیم تا $L$ را در $A$ قطع کند $AB$ پاره‌خط موردنظر است.



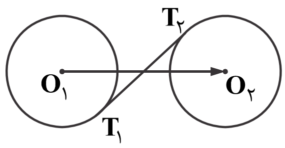

اکنون توجه کنید که اگر خط $L'$ را با بردار $\vec{V}$ <u>انتقال</u> دهیم و مطابق شکل محل برخورد $L$ و $L'$ را $B'$ بنامیم به‌طور مشابه می‌توان پاره‌خط $A'B'$ را به‌دست آورد که این پاره‌خط هم شرایط مسئله را دارد.




(هویدی) (پایه دوازدهم ــ فصل دوم ــ درس دوم)

## هندسه ۱ و ۲

۱- گزینه «۳» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. دقت کنید که طول بردار انتقال برابر طول پاره‌خط $O_1O_2$ است. بنابر فرض مسئله:



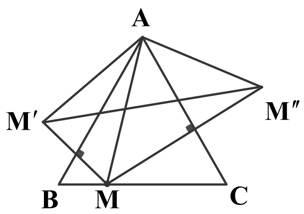

$$T_1T_2 = \sqrt{O_1O_2^{\,2} - (r_1 + r_2)^2} \;\Rightarrow\; 8 = \sqrt{O_1O_2^{\,2} - (3+3)^2}$$

$$\Rightarrow\; 64 = O_1O_2^{\,2} - 36 \;\Rightarrow\; O_1O_2^{\,2} = 100 \;\Rightarrow\; O_1O_2 = 10$$

یعنی طول بردار انتقال برابر ۱۰ است.

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول)

۲- گزینه «۲» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم:




چون $\widehat{A} = 45^\circ$ پس $\widehat{B} + \widehat{C} = 135^\circ$.

AB و AC به‌ترتیب عمودمنصف‌های پاره‌خط‌های $MM'$ و $MM''$ هستند. پس:

$$(1)\;\; M'\widehat{A}M'' = 2\widehat{A} = 2\times 45^\circ = 90^\circ$$

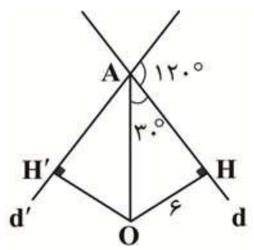
$$(2)\;\; AM' = AM'' = AM = 2\sqrt{2}$$

اکنون بنابر قضیه فیثاغورس در مثلث $AM'M''$ به‌دست می‌آید:

$$M'M'' = \sqrt{AM'^2 + AM''^2} = \sqrt{8+8} = 4$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول)

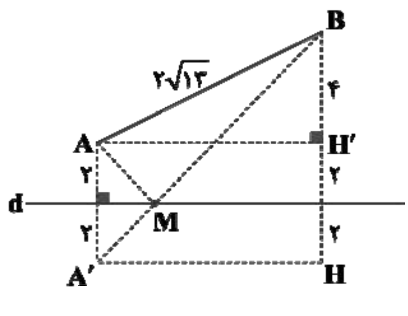
۳- گزینه «۳» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. چون دوران طولپا است و اندازه زاویه حفظ می‌شود پس $OH = OH'$. یعنی O روی نیمساز زاویه A است. از طرف دیگر $H\widehat{O}H' = 120^\circ$. چون مجموع زاویه‌های یک ۴ ضلعی برابر $360^\circ$ است بنابراین $H\widehat{A}H' = 60^\circ$. اکنـون در مثلث قائم‌الزاویه OAH چون $O\widehat{A}H = 30^\circ$ پس ضلع مقابل به این زاویه نصف وتر است.




$$OH = \frac{1}{2}OA \;\Rightarrow\; OA = 2OH = 12$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ درس اول)

۴- گزینه «۲» ـ از نمادگذاری شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. بنابر مسئله هرون محل برخورد $BA'$ با خط d نقطه M است که در آن $A'$، بازتـاب نقطه A نسبت به خط d است.




در مثلث $ABH'$، بنابر قضیه فیثاغورس

$$AH' = \sqrt{AB^2 - BH'^2} = \sqrt{52-16} = 6$$

چون $A'H = AH'$ پس $A'H = 6$.

اکنون در مثلث $A'BH$ بنابر قضیه فیثاغورس

$$A'B = \sqrt{BH^2 + A'H^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$$

یعنی:

$$(\overset{\text{کمترین مقدار}}{MA + MB}) = A'B = 10$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ درس دوم)