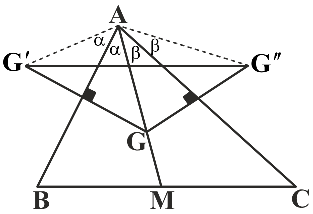
هندسه

۱- گزینه «۳» ـ از نمادگذاری شکل مقابل استفاده می‌کنیم:



$$\widehat{G'AG''} = ۲(\hat{A}) = ۲(۱۸۰° - (۸۰° + ۵۵°)) = ۹۰°$$

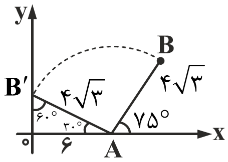
$$AG' = AG'' = AG = \frac{۲}{۳}AM = \frac{۲}{۳} \times ۹ = ۶$$

اکنون با توجه به این‌که $AG'G''$ قائم‌الزاویه‌ای متساوی‌الساقین است، به‌دست می‌آید:

$$S_{AG'G''} = \frac{۱}{۲}AG' \times AG'' = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۶ = ۱۸$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ بازتاب) (دشوار)

۲- گزینه «۴» ـ از نمادگذاری شکل مقابل استفاده می‌کنیم. در مثلث OAB'، چون $OA = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AB'$، پس $\hat{B}' = ۶۰°$، در نتیجـه $\widehat{OAB'} = ۳۰°$.



اکنون به‌دست می‌آید:

$$\widehat{BAB'} = ۱۸۰° - (۷۵° + ۳۰°) = ۷۵°$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ دوران) (متوسط)

۳- گزینه «۱» ـ بنابر تعریف تجانس می‌توان نوشت:

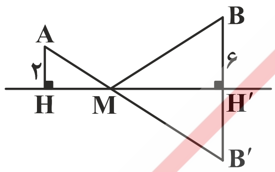
$$\overrightarrow{WA'} = k \cdot \overrightarrow{WA}$$

در نتیجه:

$$A' - W = k \cdot \overrightarrow{WA} \Rightarrow A' = W + k \cdot \overrightarrow{WA} = (۲\,,۱) + ۳(-۱\,,۱) = (-۱\,,۴)$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ تجانس) (دشوار)

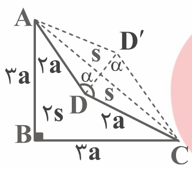
۴- گزینه «۱» ـ بنابر قضیه هرون شکل زیر به‌دست می‌آید. دو مثلث MAH و MBH' متشابه هستند، بنابراین:



$$\frac{MA}{MB} = \frac{AH}{BH'} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

(هویدی) (پایه یازدهم ـ فصل دوم ـ کاربرد تبدیلات ـ قضیه هرون) (آسان)

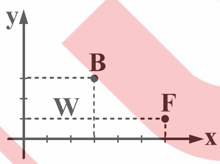
۵- گزینه «۳» ـ از نمادگذاری شکل مقابل استفاده می‌کنیم. فرض می‌کنیم $S_{ABCD} = ۲S$. چون مساحت ۱۰۰ درصد افزایش می‌یابد، پس $S_{ADCD'} = ۲S$ یعنی $S_{ADC} = S$. اکنون می‌توان نوشت:



$$S_{ABC} = ۳S_{ADC} \Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۳a \times ۳a = ۳(\frac{۱}{۲} \times ۲a \times ۲a \times \sin\alpha) \Rightarrow \sin\alpha = \frac{۳}{۴}$$

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ کاربرد تبدیلات) (متوسط)

۶- گزینه «۳» ـ نقطه‌ها را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. با توجه به شکل:



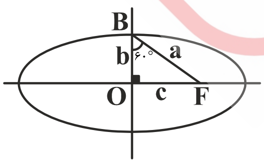
$$\begin{cases} c = WF = ۳ \\ b = WB = ۲ \end{cases}$$

می‌توان نوشت:

$$a = \sqrt{b^۲ + c^۲} = \sqrt{۱۳}$$

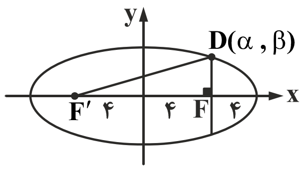
بنابراین مجموع فواصل هر نقطه روی بیضی از دو کانون برابر $۲a = ۲\sqrt{۱۳}$ است. (هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۳ ـ بیضی) (آسان)

۷- گزینه «۲» ـ از نمادگذاری شکل مقابل استفاده می‌کنیم. در مثلث OBF می‌توان نوشت:



$$\sin ۶۰° = \frac{c}{a} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۳ ـ بیضی) (آسان)



۸- گزینه «۱» ـ اگر $DF = \beta$ و $DF' = \gamma$، طبق تعریف بیضی:

$$\beta + \gamma = ۲a = ۱۶ \quad (۱)$$

در مثلث $FF'D$ بنابر قضیه فیثاغورس:

$$\gamma^۲ - \beta^۲ = ۶۴ \Rightarrow (\gamma + \beta)(\gamma - \beta) = ۶۴ \xrightarrow{\gamma+\beta=۱۶} \gamma - \beta = ۴ \quad (۲)$$

از برابری (۱) و (۲) به‌دست می‌آید $\beta = ۶$، در نتیجه $D = (۴ , ۶)$ و مجموع مختصات آن برابر ۱۰ است.

(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۳ ـ بیضی) (متوسط)

۹- گزینه «۲» ـ با توجه به اطلاعات روی شکل:

$$\left.\begin{array}{l} a = OA = ۵ \\ c = OF = ۳ \end{array}\right\} \Rightarrow b = \sqrt{a^۲ - c^۲} = \sqrt{۵^۲ - ۳^۲} = ۴$$

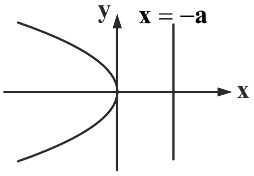
به سادگی معلوم است که حاصل‌ضرب فواصل F و F' تا خط d برابر $b^۲$ است؛ یعنی:

$$FH \times FH' = b^۲ = ۱۶$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۳ ـ بیضی) (آسان)

۱۰- گزینه «۴» ـ فاصله نقطه A از خط $y = -۳$ برابر ۶ است. چون A روی سهمی است، طبق تعریف سهمی باید فاصله A تا کانون هم ۶ باشد. در بین گزینه‌ها فقط $(۳ , ۵)$ این ویژگی را دارد. (کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۳ ـ سهمی) (آسان)

۱۱- گزینه «۲» ـ از معادله سهمی به‌دست می‌آید:



$$y^۲ = -\frac{۵}{۲}x$$

$$۴a = -\frac{۵}{۲} \Rightarrow a = -\frac{۵}{۸}$$

بنابراین:

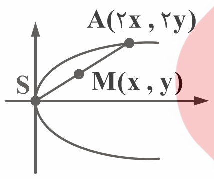
$$x = -a = \frac{۵}{۸}$$: خط هادی

در نتیجه:

$$m - \frac{۳}{۸} = \frac{۵}{۸} \Rightarrow m = ۱$$

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۳ ـ سهمی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» ـ فرض کنید $M(x , y)$ وسط یکی از وترها باشد، $S(۰ , ۰)$ رأس این سهمی است، بنابراین:



$$\frac{S + A}{۲} = M \Rightarrow A = ۲M - S = (۲x , ۲y)$$

نقطه A در معادله سهمی صدق می‌کند؛ یعنی $(۲y)^۲ = ۸(۲x)$ یا $y^۲ = ۴x$، در نتیجه معادله مکان هندسی نقطه M به‌صورت $y^۲ = ۴x$ است.

(هویدی) (پایه دوازدهم ـ فصل دوم ـ درس ۳ ـ سهمی) (دشوار)