

ریاضیات گسسته

۱- گزینه «۱» - توجه کنید که نابرابری گزینه «۱» را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$x^2 + 6 > 4x \Rightarrow x^2 - 4x + 6 > 0 \xrightarrow{\Delta < 0} x \in \mathbb{R}$$

پس گزاره بیان شده در این گزینه درست است. (هویدی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - منطق ریاضی - سورها) (آسان)

۲- گزینه «۲» - عبارت را تا حد امکان ساده می‌کنیم:

$$(\sim p \vee \sim r) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv \sim (\sim p \vee \sim r) \vee (p \wedge q) \equiv (p \wedge r) \vee (p \wedge q) \equiv p \wedge (r \vee q)$$

$r \vee q$ را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$r \vee q \equiv \sim (\sim q) \vee r \equiv \sim q \Rightarrow r$$

پس عبارت داده شده هم‌ارزش با $p \wedge (\sim q \Rightarrow r)$ است. (هویدی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۱ - منطق ریاضی) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - فرض کنید $A \cup C = D$ ، بنابراین:

$$A \cap \underbrace{(D \cap (D \cup B))}_{\text{جذب}} = A \cap D = A \cap (A \cup C) = A$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۲ و ۳ - جبر مجموعه‌ها) (متوسط)

۴- گزینه «۴» - تعداد عضوهای مجموعه را n فرض می‌کنیم. می‌توان نوشت:

$$2^{n-3} = 2^n - 56 \Rightarrow 2^n - 2^{n-3} = 56 \Rightarrow 2^{n-3}(2^3 - 1) = 56 \Rightarrow 2^{n-3} \times 7 = 56 \Rightarrow 2^{n-3} = 8 \Rightarrow n-3 = 3 \Rightarrow n = 6$$

یعنی مجموعه A دارای ۶ عضو است. اگر دو عضو جدید به A اضافه کنیم، مجموعه جدید ۸ عضو دارد، بنابراین جواب برابر است با:

$$2^8 - 2^6 = 256 - 64 = 192$$

(کتاب همراه علوی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۲ و ۳ - تعداد زیرمجموعه‌ها) (متوسط)

۵- گزینه «۱» - می‌توان نوشت:

$$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B) = (A \cup B) \cap (A \cap B)' = (A \cup B) \cap (A' \cup B')$$

با مقایسه این برابری و برابری داده شده در صورت سؤال به دست می‌آید:

$$X = A' \cup B'$$

(کتاب همراه علوی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۳ - جبر مجموعه‌ها) (متوسط)

۶- گزینه «۳» - می‌دانیم:

$$n(A \cap B') = n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 5 - 2 = 3$$

از طرف دیگر:

$$(A \cup B')' = A' \cap B = B - A \Rightarrow n(A \cup B')' = n(B) - n(A \cap B) = 6 - 2 = 4$$

در نتیجه:

$$n((A \cap B') \times (A \cup B')') = n(A \cap B') \times n(A \cup B')' = 3 \times 4 = 12$$

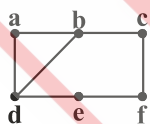
(سراسری - ۸۷) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۳ - ضرب دکارتی) (متوسط)

۷- گزینه «۱» - می‌توان نوشت:

$$(A \times C) \cap (B \times D) = (A \cap B) \times (C \cap D) = A \times C$$

(هویدی) (پایه یازدهم - فصل اول - درس ۳ - ضرب دکارتی) (آسان)

۸- گزینه «۳» - عدد احاطه‌گری گراف زیر برابر ۱ نیست، به سادگی می‌توان دید مجموعه‌های $\{a, f\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{d, f\}, \{f, b\}$ مجموعه‌های احاطه‌گر دو عضوی این گراف هستند، پس ۷ برابر ۲ و تعداد ۷- مجموعه‌های این گراف برابر ۵ است.



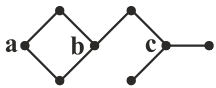
(هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - تعداد ۷- مجموعه) (متوسط)

۹- گزینه «۱» - عدد احاطه‌گری گراف P_n بر $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor$ است. اکنون باید کم‌ترین مقدار n را چنان به دست آوریم که $\lfloor \frac{n}{3} \rfloor = 7$. توجه کنید

$$\text{که } \lfloor \frac{18}{3} \rfloor = 6 \text{ و } \lfloor \frac{19}{3} \rfloor = 7, \text{ بنابراین کم‌ترین مقدار } n \text{ برابر } 19 \text{ است. (هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - عدد احاطه‌گری در } P_n \text{) (آسان)}$$

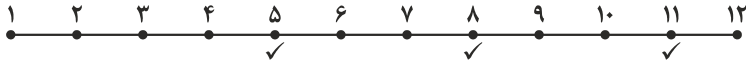
۱۰- گزینه «۳» - عدد احاطه‌گری گراف C_5 برابر $\lfloor \frac{5+1}{3} \rfloor = 17$ است. (هویدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - عدد احاطه‌گری در C_n) (آسان)

۱۱- گزینه «۲» - توجه کنید که یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال با کم‌ترین عضو همان احاطه‌گر مینیمم است. در شکل مجموعه $\{a, b, c\}$ یک احاطه‌گر مینیمم است.



(کتاب همراه علوی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - احاطه‌گر - احاطه‌گر مینیمال) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -



می‌دانیم $\gamma = \left\lfloor \frac{12}{3} \right\rfloor = 4$ ، تنها مجموعه احاطه‌گر مینیمم $\{2, 5, 8, 11\}$ است؛ یعنی این گراف فقط یک γ مجموعه دارد.

نکته: در گراف P_n اگر n بر ۳ بخش پذیر باشد، فقط یک γ -مجموعه برای آن وجود دارد.

(هوییدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - γ -مجموعه - گراف P_n) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» - توجه کنید که مجموعه D باید با هر همسایگی بسته از هر رأس دلخواه عضو مشترک داشته باشد؛ یعنی با هر یک از

مجموعه‌های $\{d, e, g\}$ ، $N[c] = \{c, e, f\}$ ، $N[a] = \{a, b\}$ عضو مشترک دارد، اما D می‌تواند با $\{d, e, f, i\}$ عضو مشترک

نداشته باشد؛ مثلاً $D = \{b, c, g, h\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است و با $\{d, e, f, i\}$ عضو مشترک ندارد.

(هوییدی) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - مجموعه احاطه‌گر) (دشوار)

روسی