

ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۳» -

$$D_f = \{-1, 1, -2, 3\} \quad D_g = \{1, -2, 3\} \quad D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

$D_{f \times g} = \{1, -2, 3\} \Rightarrow$ مؤلفه‌های اول تابع $f \times g$ برابر ۳ و -۲ و ۱ می‌باشد.

برای به دست آوردن مؤلفه‌های دوم تابع $f \times g$ باید به ازای $x = 1, -2, 3$ ، $f \times g$ را به دست آوریم:

$$x = 1 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (1, 2): f \Rightarrow f(1) = 2 \\ (1, 1): g \Rightarrow g(1) = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow (f \times g)(1) = 2 \times 1 = 2$$

$$x = -2 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (-2, 3): f \Rightarrow f(-2) = 3 \\ (-2, -2): g \Rightarrow g(-2) = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow (f \times g)(-2) = 3 \times (-2) = -6$$

$$x = 3 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} (3, 4): f \Rightarrow f(3) = 4 \\ (3, -1): g \Rightarrow g(3) = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow (f \times g)(3) = 4 \times (-1) = -4$$

$$\Rightarrow f \times g = \{(1, 2), (3, -4), (-2, -6)\}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۲- گزینه «۴» -

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) \Rightarrow (f + g)\left(-\frac{3}{2}\right) = f\left(-\frac{3}{2}\right) + g\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\left. \begin{array}{l} f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left[-\frac{3}{2}\right] = -2 \\ g\left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = -2 \end{array} \right\} \Rightarrow (f + g)\left(-\frac{3}{2}\right) = -2 + (-2) = -4$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} \Rightarrow g(x) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} D_f = \mathbb{R} \\ D_g = \mathbb{R} \end{array} \right\} \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} - \{1\} = \mathbb{R} - \{1\}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (آسان)

۴- گزینه «۳» -

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \frac{-x}{x-1} - \frac{-1}{x-1} = \frac{-x}{x-1} + \frac{1}{x-1} = \frac{-(x-1)}{x-1} = -1 \Rightarrow (f - g)(\sqrt{3}) = -1$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۵- گزینه «۲» -

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g$$

$$f(x) = \sqrt{x-1} \quad x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \Rightarrow D_f : [1, +\infty)$$

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{-x+2}} \quad -x+2 > 0 \Rightarrow x < 2 \Rightarrow D_g : (-\infty, 2)$$

$$D_{f \times g} = [1, +\infty) \cap (-\infty, 2) = [1, 2)$$



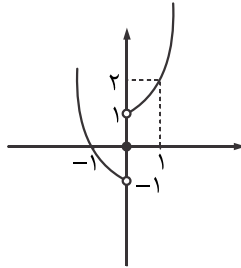
(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (دشوار)

$$f(x) = x^2 \Rightarrow D_f = \mathbf{R}$$

$$g(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow D_g = \mathbf{R} \quad D_{f+g} = D_f \cap D_g = \mathbf{R}$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 0 \\ x^2 & x = 0 \\ x^2 - 1 & x < 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{نمودار این تابع را رسم می کنیم}}$$

نمودار $x^2 + 1$ را در بازه $x > 0$ رسم می کنیم.
 نمودار x^2 را در بازه $x = 0$ رسم می کنیم.
 نمودار $x^2 - 1$ را در بازه $x < 0$ رسم می کنیم.



(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (دشوار)

۷- گزینه «۴» - تابع $(f-g)(x)$ دارای دو بخش است. بخش سمت چپ یک خط می باشد که معادله آن را به دست می آوریم. بخش سمت راست تابع ثابت صفر می باشد. به دست آوردن معادله خط:

نقاط روی خط $(-1, 2)$
 $(-2, 4)$

$$y = mx + h \Rightarrow \begin{cases} 2 = -m + h \\ 4 = -2m + h \end{cases} \Rightarrow m = -2, h = 0$$

$$\text{معادله خط: } y = -2x \Rightarrow (f-g)(x) = \begin{cases} -2x & x < 0 \\ 0 & x \geq 0 \end{cases}$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$x < 0 \Rightarrow -2x = |x| - g(x) \Rightarrow -2x = -x - g(x) \Rightarrow g(x) = x \text{ تابع همانی}$$

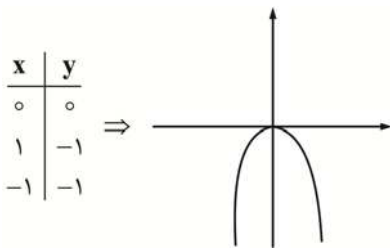
$$\text{یا } x \geq 0 \Rightarrow 0 = |x| - g(x) \Rightarrow 0 = x - g(x) \Rightarrow g(x) = x$$

$g(x)$ یک تابع همانی می باشد:

$$g(x) = x$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (دشوار)

۸- گزینه «۳» -

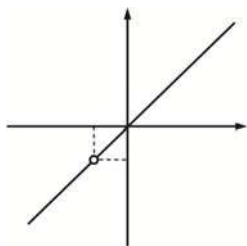


$$D_f = \mathbf{R} \quad D_g = \mathbf{R} \quad D_{f \times g} = \mathbf{R}$$

$$\begin{cases} f(x) = x \\ g(x) = -x \end{cases} \Rightarrow (f \times g)(x) = x(-x) = -x^2$$

(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (آسان)

۹- گزینه «۲» -



$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$D_f = \mathbf{R} \quad D_g = \mathbf{R} \quad g(x) = 0 \Rightarrow x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$D_{\frac{f}{g}} = \mathbf{R} - \{-1\} \quad \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 + x}{x + 1} = \frac{x(x+1)}{x+1} \Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(x) = x$$

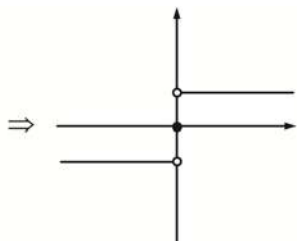
(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x > 0 \\ x & x = 0 \\ x-1 & x < 0 \end{cases} \quad g(x) = x$$

$$D_f = D_g = \mathbf{R} \Rightarrow D_{f-g} = D_f \cap D_g = \mathbf{R}$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) \Rightarrow (f-g)(x) = \begin{cases} x+1-x & x > 0 \\ x-x & x = 0 \\ x-1-x & x < 0 \end{cases} \Rightarrow (f-g)(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

تابع علامت:



(اکبری) (فصل دوم - درس سوم - اعمال بر روی توابع) (متوسط)