

ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۲» -

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f + g)(-2/7) = f(-2/7) + g(-2/7) \Rightarrow f(-2/7) = -2[-2/7] = -2(-2) = 4, -3 \leq -2/7 < -2 \Rightarrow [-2/7] = -3$$

$$g(-2/7) = -3$$

$$\Rightarrow (f + g)(-2/7) = 4 + (-3) = 3$$

$g(x) = -3$ تابعی ثابت است، هر مقداری بدهیم، فقط مقدار ثابت -3 را می‌دهد.

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۲- گزینه «۳» - ابتدا دامنه‌های f و g را به دست می‌آوریم:

$$D_f = \{f \text{ همه مؤلفه های اول}\} = \{-1, 2, 0\}$$

$$D_g = \{g \text{ همه مؤلفه های اول}\} = \{0, -4, 2\} \Rightarrow D_{f \times g} = D_f \cap D_g \Rightarrow D_{f \times g} = \{2, 0\}$$

حالا باید مقدار $f \times g$ را به ازای $x = 0$ و $x = 2$ به دست آوریم:

$$x = 2 \Rightarrow (f \times g)(2) = f(2) \times g(2) = (-3)(-1) = 3$$

$$x = 0 \Rightarrow (f \times g)(0) = f(0) \times g(0) = (-1)(4) = -4$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۳- گزینه «۳» -

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

چون دامنه تابع $(\frac{f}{g})(x)$ برابر $R - \{4\}$ می‌باشد، بنابراین تابع $g(x)$ به ازای $x = 4$ صفر می‌شود:

$$g(4) = 0 \Rightarrow \sqrt{a(4) + 6} = 0 \Rightarrow 4a + 6 = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \Rightarrow g(x) = \sqrt{-\frac{3}{2}x + 6}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{f\left(\frac{4}{3}\right)}{g\left(\frac{4}{3}\right)}$$

$$f\left(\frac{4}{3}\right) = \left|\frac{4}{3} - 2\right| = \frac{2}{3}, g\left(\frac{4}{3}\right) = \sqrt{-\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} + 6} = 2 \Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{\frac{2}{3}}{2} = \frac{1}{3}$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (دشواری)

۴- گزینه «۱» -

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow x + 1 = \frac{x^2 - 3x - 4}{g(x)} \Rightarrow g(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x - 4)}{(x + 1)} = x - 4$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۵- گزینه «۴» -

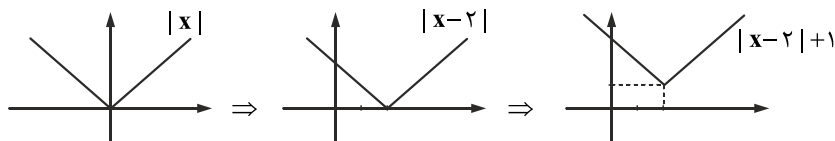
$$(f - g)\left(-\frac{1}{4}\right) = f\left(-\frac{1}{4}\right) - g\left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$f\left(-\frac{1}{4}\right) = \text{sign}\left(-\frac{1}{4}\right) = -1, g\left(-\frac{1}{4}\right) = -1 \Rightarrow (f - g)\left(-\frac{1}{4}\right) = -1 + 1 = 0$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (آسان)

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = |x - 2| - (-1) = |x - 2| + 1 \Rightarrow$$

از نمودار $|x|$ می توان نتیجه گرفت که اگر نمودار $|x|$ را ۲ واحد به سمت راست و یک واحد به بالا انتقال دهیم، به نمودار $|x - 2| + 1$ می رسیم:



روش دوم:

$$(f - g)(x) = |x - 2| + 1 = \begin{cases} x - 2 + 1 & x \geq 2 \\ -(x - 2) + 1 & x < 2 \end{cases} \Rightarrow (f - g)(x) = \begin{cases} x - 1 & x \geq 2 \\ -x + 3 & x < 2 \end{cases}$$

که نمودار دو خط می باشد که با نقطه یابی می توان رسم کرد.

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۷- گزینه «۴» - از نمودار $f \times g$ نتیجه می گیریم:

$$(f \times g)(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 1 \\ -1 & x < 1 \end{cases} \Rightarrow (f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

$$\begin{cases} (f \times g)(x) = 1 & \xrightarrow{x \geq 1} 1 = \frac{1}{x-1} \times g(x) \xrightarrow{x \geq 1} \\ (f \times g)(x) = -1 & \xrightarrow{x < 1} -1 = \frac{1}{x-1} \times g(x) \xrightarrow{x < 1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g(x) = x - 1 & \xrightarrow{x \geq 1} \\ g(x) = -(x - 1) & \xrightarrow{x < 1} \end{cases} \Rightarrow g(x) = |x - 1|$$

(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (دشوار)

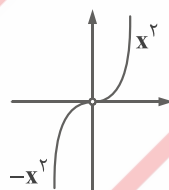
۸- گزینه «۲» - از نمودارهای f و g نتیجه می گیریم:

$$f(x) = x^2 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$$

$$g(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \begin{cases} \frac{x^2}{1} & x > 0 \\ 1 & x = 0 \\ \frac{x^2}{-1} & x < 0 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ -x^2 & x < 0 \end{cases}$$



(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۹- گزینه «۱» - با توجه به نمودارها، ضابطه های نمودارهای f و g عبارتند از:

$$f(x) = x + 1$$

$$g(x) = -2$$

$$\Rightarrow (f + g)(x) = f(x) + g(x) = x + 1 + (-2) = x - 1 \Rightarrow \text{یک تابع خطی با عرض از مبدأ } -1 \text{ می باشد.}$$

ضابطه تابع f را به صورت زیر نیز می توان به دست آورد، چون خط محورها را در دو نقطه $(0, 1)$ و $(-1, 0)$ قطع می کند:

$$m = \frac{1 - 0}{0 - (-1)} = 1$$

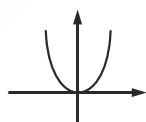
$$y - 1 = 1(x - 0) \Rightarrow y = x + 1$$

نکته: معادله یک تابع خطی به صورت $y = mx + h$ می باشد که h عرض از مبدأ خط می باشد. (اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» -

$$f(x) = x \text{ تابع همانی}$$

$$f^2 = f \times f = x \times x = x^2 \Rightarrow$$



(اکبری) (فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع) (آسان)