## ریاضی و آمار ۲

۱- گزینه «۲» ـ دامنه $g$ و $f-g$ به‌صورت زیر است:

$$D_g = \{g \text{ تمام مؤلفه هـــای اول }\} = \{-۱, ۲, ۴\}$$

$$D_{f-g} = \{f-g \text{ تمام مؤلفه هـــای اول }\} = \{-۱, ۲\}$$

می‌دانیم دامنه $f-g$ از اشتراک دامنه $f$ و $g$ به‌دست می‌آید. چون اشتراک دامنه $f$ و $g$ برابر با $\{-۱, ۲\}$ شده است. پس ۱- و ۲ باید در $D_f$ هـم باشند. ۴ نمی‌تواند دامنه $f$ باشد. چون اگر ۴ جزو دامنه $f$ می‌شد باید در $f-g$ نیز عدد ۴ می‌بود پس دامنه $f$ باید شامل ۲ و ۱- باشد ولی شامل ۴ نباشد اما هر عدد دیگری هم می‌تواند در $D_f$ باشد $\Leftarrow$ $D_f = \{-۱, ۲, ۴ \text{ هر عددی به غیر از }\}$ (اکبری) (فصل دوم ـ اعمال جبری بر روی توابع)

۲- گزینه «۳» ـ

$$D_f = \{-۱, ۱, ۰\}$$

$$D_g = \{۲, ۰, ۱\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = ۰\} = \{۱, ۰\} \Rightarrow \begin{cases} \frac{f}{g}(۱) = \frac{f(۱)}{g(۱)} = \frac{۴}{-۸} = -\frac{۱}{۲} \\ \frac{f}{g}(۰) = \frac{f(۰)}{g(۰)} = \frac{۳}{-۳} = -۱ \end{cases} \Rightarrow \frac{f}{g} = \{(۱, -\frac{۱}{۲}), (۰, -۱)\}$$

(*)مجموعه $x$هایی که به ازای آن $g(x) = ۰$ تهی است. (اکبری) (فصل دوم ـ اعمال جبری بر روی توابع)

۳- گزینه «۱» ـ ابتدا تابع $(\frac{f}{g})(x)$ را که یک خط است به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{matrix}(\frac{۱}{۲}, ۱) \\ (۱, ۲)\end{matrix} \Rightarrow m = \frac{۲-۱}{۱-\frac{۱}{۲}} = ۲$$

$$y - ۲ = ۲(x-۱) \Rightarrow y - ۲ = ۲x - ۲ \Rightarrow (\frac{f}{g})(x) = ۲x, x \neq ۰$$

$$(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)} \Rightarrow \frac{(x-۲)^۲}{g(x)} = ۲x \Rightarrow g(x) = \frac{(x-۲)^۲}{۲x}$$

(اکبری) (فصل دوم ـ اعمال جبری بر روی توابع)

۴- گزینه «۴» ـ

$$D_{f+g} = \{۱, ۲, ۳, ۴\}$$

$$f+g = \{(۱, ۲), (۲, ۲), (۳, ۲), (۴, ۲)\}$$

(اکبری) (فصل دوم ـ اعمال جبری بر روی توابع)

۵- گزینه «۱» ـ

$$(f \times g)(x) = f(x) \times g(x)$$

$$\begin{matrix}D_f = x \geq ۲ \\ D_g = \mathbb{R}\end{matrix} \Rightarrow D_{f \times g} = D_f \cap D_g = x \geq ۲ \Rightarrow \text{۶ جزو دامنه } f \text{ است.} \Rightarrow (f \times g)(۶) = f(۶) \times g(۶) = ۲ \times ۵ = ۱۰$$

(اکبری) (فصل دوم ـ اعمال جبری بر روی توابع)

۶- گزینه «۲» ـ

$$(\frac{f}{g})(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x-۲}{x+۴} \Rightarrow \frac{x-۲}{g(x)} = \frac{x-۲}{x+۴} \Rightarrow g(x) = x+۴ \Rightarrow f(x)+g(x) = x-۲+x+۴ = ۲x+۲$$

(اکبری) (فصل دوم ـ اعمال جبری بر روی توابع)

۷- گزینه «۳» ـ

$$D_h = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = ۰\} = \mathbb{R} \cap \mathbb{R} - \{x \mid f(x) = ۰\} = \mathbb{R} - \{x \mid f(x) = ۰\}$$

سؤال گفته $D_h = \mathbb{R} - \{۱, b\}$ پس نتیجه می‌گیریم که جواب‌های معادله $f(x) = ۰$ برابر با $b$ و ۱ هستند.

$$f(۱) = ۰ \Rightarrow a + ۳ - ۴ = ۰ \Rightarrow a = ۱$$

$$f(b) = ۰ \Rightarrow b^۲ + ۳b - ۴ = ۰ \Rightarrow (b+۴)(b-۱) \Rightarrow \begin{cases} b = -۴ \checkmark \\ b = ۱ \times \text{ طبق سؤال} \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a} = -۴$$

(اکبری) (فصل دوم ـ اعمال جبری بر روی توابع)

۸- گزینه «۴» ـ

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq ۰ \\ -x & x < ۰ \end{cases}$$

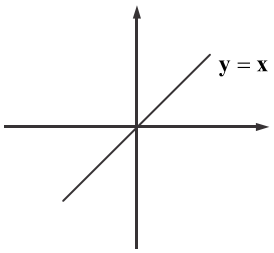
تابع $f(x)$ به ازای $x \geq ۰$ به‌صورت $y = x$ است پس به ازای $۲ \leq x < ۳$ هم که زیر مجموعه‌ای از $x > ۰$ می‌باشد برابر $f(x) = x$ است.

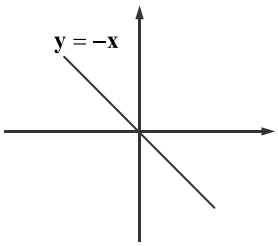
تابع $[x]$ به ازای $۲ \leq x < ۳$ به‌صورت $[x] = ۲$ در می‌آید، درنتیجه:

$$g(x) = ۲ + ۲ = ۴ \Rightarrow (f-g)(x) = f(x) - g(x) = x - ۴$$

(اکبری) (فصل دوم ـ اعمال جبری بر روی توابع)

۹- گزینه «۱» ـ

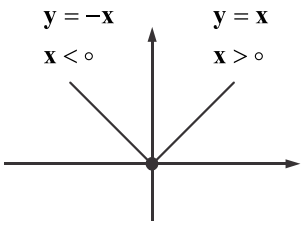



$$f(x) = \text{sign}(x) \Rightarrow \begin{cases} ۱ & x > ۰ \\ ۰ & x = ۰ \\ -۱ & x < ۰ \end{cases} \quad g(x) = x$$

$$\Rightarrow f \cdot g = \begin{cases} x & x > ۰ \\ ۰ & x = ۰ \\ -x & x < ۰ \end{cases}$$

اما باید $y = x$ در محدوده $x > ۰$ و $y = -x$ در محدوده $x < ۰$ رسم شود تا نمودار تابع $f \cdot g$ به‌دست آید.



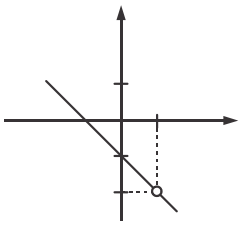

(اکبری) (فصل دوم ـ اعمال جبری بر روی توابع)

۱۰- گزینه «۲» ـ

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = ۰\} \Rightarrow g(x) = ۰ \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{+۱\}$$

$$\frac{f}{g}(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^۲ - ۱}{۱ - x} = \frac{\cancel{(x-۱)}(x+۱)}{-\cancel{(x-۱)}} = -(x+۱)$$

درنتیجه نمودار تابع $\frac{f}{g}$ یک خط راست است که نباید $x = ۱$ را شامل شود.



(اکبری) (فصل دوم ـ اعمال جبری بر روی توابع)