

ریاضی ۲

۱- گزینه «۳» -

$$\tan(-75^\circ) = -\tan(75^\circ + 30^\circ) = -\tan 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل چهارم - درس دوم - ترکیبی) (آسان)

۲- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{aligned} \sin\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) &= -\sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{2} \\ \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{3}\right) &= \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \\ \tan\left(3\pi - \frac{\pi}{4}\right) &= -\tan \frac{\pi}{4} = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - (-1) = 1$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل چهارم - درس دوم - ترکیبی) (متوسط)

۳- گزینه «۱» -

$$\sin(\pi - \theta) = -\sin(-\theta) = \sin \theta$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \cos \theta$$

$$\sin(\theta - 2\pi) = -\sin(2\pi - \theta) = -\sin(\theta) = \sin \theta$$

$$\cos(\theta - 2\pi) = \cos(2\pi - \theta) = \cos \theta$$

$$\frac{\sin \theta + \cos \theta}{-\sin \theta - \cos \theta} \div \frac{\sin \theta}{-1 - \cot \theta} = \frac{1 + \cot \theta}{-1 - \cot \theta} = \frac{1 + 0/3}{-1 - 0/3} = \frac{1/3}{-1/3} = -1$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل چهارم - درس دوم - ترکیبی) (دشوار)

۴- گزینه «۲» -

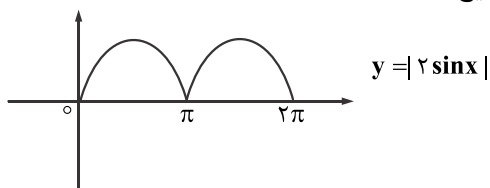
$$f(x) = \sin^2 x + 2 \sin x + 1 - 1 \Rightarrow f(x) = (\sin x + 1)^2 - 1$$

$$\text{می‌دانیم } -1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sin x + 1 \leq 2 \Rightarrow 0 \leq (\sin x + 1)^2 \leq 4$$

$$\Rightarrow -1 \leq \underbrace{(\sin x + 1)^2 - 1}_{f(x)} \leq 3 \Rightarrow R_f = [-1, 3]$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل چهارم - درس سوم - توابع مثلثاتی) (دشوار)

۵- گزینه «۴» - وقتی در (-1) ضرب شود نسبت به محور Xها قرینه می‌شود و گزینه «۴» صحیح است.



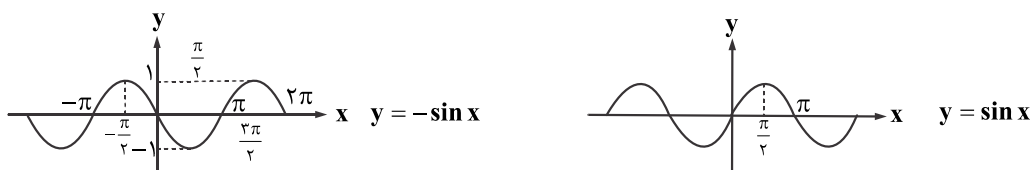
(گروه مؤلفان علوی) (فصل چهارم - درس سوم - توابع مثلثاتی) (متوسط)

۶- گزینه «۳» -

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} -1 < \cos x < 0 \Rightarrow [\cos x] = -1 \\ 0 < \sin x < 1 \Rightarrow [\sin x] = 0 \end{cases} \Rightarrow [\sin x] - [\cos x] = 1$$

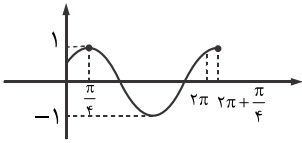
(گروه مؤلفان علوی) (فصل چهارم - درس سوم - توابع مثلثاتی) (آسان)

۷- گزینه «۲» - نمودار $y = \sin x$ و $y = -\sin x$ به صورت زیر است:



بنابراین در فاصله مورد نظر گزینه «۲» درست است. (کتاب همراه علوی) (فصل چهارم - درس سوم - توابع مثلثاتی) (متوسط)

۸- گزینه «۲» - نمودار $\cos x$ را $\frac{\pi}{4}$ واحد به راست ببرید. نمودار دو بار در بازه $[0, 2\pi]$ محور x ها را قطع می‌کند.



(کتاب همراه علوی) (فصل چهارم - درس سوم - توابع مثلثاتی) (متوسط)

۹- گزینه «۳» -

$$\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \sin \theta \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{2m-1}{2} \leq 1 \Rightarrow 1 \leq m \leq \frac{3}{2}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل چهارم - درس سوم - توابع مثلثاتی) (دشوار)

۱۰- گزینه «۲» -

$$\sin 2x = -1 : y_{\max} = -2(-1) + 3 = 7 = M$$

$$\cos 2x = -1 : y_{\min} = 2(-1) + 1 = -1 = m$$

$$M + m = 7 + (-1) = 6$$

پس ماکزیمم تابع ۷ است. (کتاب همراه علوی) (فصل چهارم - درس سوم - توابع مثلثاتی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» -

$$\left. \begin{array}{l} A \left| \begin{array}{l} -1 \\ 3 \end{array} \right. \in f : 2^{\frac{-a+b}{2}} - 2 = 0 \Rightarrow 2^{\frac{-a+b}{2}} = 2 \Rightarrow -\frac{a}{2} + b = 2 \quad (I) \\ B \left| \begin{array}{l} 0 \\ -2 \end{array} \right. \in f : 2^b - 2 = -2 \Rightarrow 2^b = 2 \Rightarrow b = 1 \quad (II) \end{array} \right\} (I), (II) \Rightarrow a = -3, b = 1$$

$$f(x) = 2^{-3x+1} - 2 \Rightarrow f\left(-\frac{5}{3}\right) = 2^6 - 2 = 64 - 2 = 62$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل پنجم - درس اول - تابع نمایی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -

$$2^x = t \Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 1 \Rightarrow 2^x = 1 \Rightarrow x = 0 \\ t = -3 \Rightarrow 2^x = -3 \Rightarrow \text{جواب ندارد} \end{cases}$$

بنابراین معادله هیچ ریشه مثبتی ندارد. (گروه مؤلفان علوی) (فصل پنجم - درس اول - تابع نمایی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» -

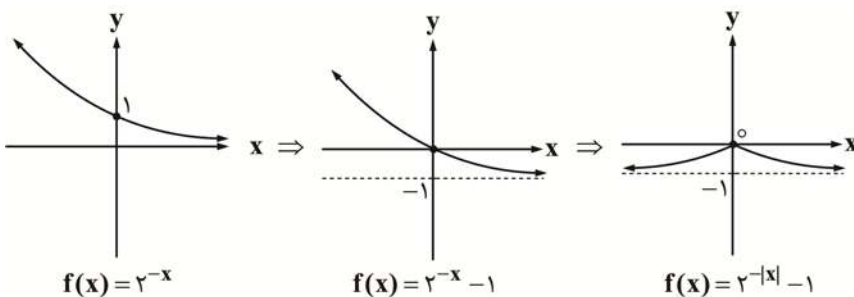
$$\frac{1}{27} < (\sqrt{3})^{x+1} : 3^{-2} < 3^{\frac{x+1}{2}} \Rightarrow -2 < \frac{x+1}{2} \Rightarrow x > -7 \quad (1)$$

$$(\sqrt{3})^{x+1} < \left(\frac{1}{9}\right)^x : 3^{\frac{x+1}{2}} < 3^{-2x} \Rightarrow \frac{x+1}{2} < -2x \Rightarrow x+1 < -4x \Rightarrow 5x < -1 \Rightarrow x < -\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} -7 < x < -\frac{1}{5} \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = -6, -5, -4, -3, -2, -1$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل پنجم - درس اول - تابع نمایی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۳» -



(گروه مؤلفان علوی) (فصل پنجم - درس اول - تابع نمایی) (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» -

گزینه «۱»: $\log_{\sqrt{5}} \sqrt{10} < \log_{\sqrt{5}} 3$

گزینه «۲»: $\log_8 8 = \log_{10} 10$

گزینه «۳»: $\underbrace{\log_{\sqrt{2}-1} 1}_{\text{صفر}} > \underbrace{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}}_{\text{منفی}}$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل پنجم - درس دوم - تابع لگاریتمی) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» -

$$\log_{\frac{2}{3}}(1-x) > \log_{\frac{2}{3}} \frac{2}{3} \Rightarrow 1-x < \frac{2}{3} \Rightarrow -x < -\frac{1}{3} \Rightarrow x > \frac{1}{3} \Rightarrow x \in \left(\frac{1}{3}, +\infty\right) \text{ (I)}$$

$$1-x > 0 \Rightarrow x < 1 \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \text{ (II)}$$

$$\xrightarrow{\text{(I) \cap (II)}} \left(\frac{1}{3}, 1\right) : \text{جواب}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل پنجم - درس دوم - تابع لگاریتمی) (دشوار)

۱۷- گزینه «۱» -

$$\log_1(x-3) + \log_1 x = 1 \Rightarrow \log_1(x^2 - 3x) = 1 \Rightarrow x^2 - 3x = 10 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 5 \Rightarrow \log_{\sqrt{5}} x = \log_{\sqrt{5}} 5 = 2 \\ x = -2 \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل پنجم - درس دوم - معادلات لگاریتمی) (متوسط)

۱۸- گزینه «۲» -

$$\log_{16} 49 = \log_{\sqrt{4}} 7^2 = \frac{2}{4} \log_{\sqrt{4}} 7 = \frac{1}{2} \log_{\sqrt{4}} 7 = \frac{1}{2} \times \frac{\log_{\sqrt{4}} 7}{\log_{\sqrt{4}} 2} = \frac{1}{2} \times \frac{\frac{1}{b}}{\frac{1}{a}} = \frac{1}{2ab}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل پنجم - درس دوم - ویژگی‌های لگاریتم) (متوسط)

۱۹- گزینه «۴» - دامنه و مبنای یک تابع لگاریتمی همواره مثبت است، بنابراین:

$$x^2 + x - 2 > 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) > 0 \Rightarrow \frac{x}{\begin{array}{c|c|c} -2 & 1 & \\ \hline + & - & + \\ \hline \end{array}} \Rightarrow x < -2 \text{ یا } x > 1 \text{ (1)}$$

$$x-1 > 0 \Rightarrow x > 1 \text{ (2)}$$

$$x-1 \neq 1 \Rightarrow x \neq 2 \text{ (3)}$$

$$\xrightarrow{\text{(1) \cap (2) \cap (3)}} x > 1, x \neq 2 \Rightarrow x \in (1, +\infty) - \{2\}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل پنجم - درس دوم - تابع لگاریتمی) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» -

$$y = 5^{2x} + 1 \Rightarrow y = 25^x + 1$$

$$\Rightarrow y-1 = 25^x \Rightarrow x = \log_{25}(y-1)$$

$$\Rightarrow y = \log_{25}(x-1) \Rightarrow f^{-1}(x) = \log_{25}(x-1)$$

(کتاب همراه علوی) (فصل پنجم - درس دوم - تابع لگاریتمی) (متوسط)