

ریاضی ۲

گزینه «۳» -

$$\left. \begin{array}{l} \cos a = \sin b \\ \tan a = \cot b \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = 90^\circ$$

$$\cos(\Delta^\circ + \alpha) = \sin 2^\circ \Rightarrow \Delta^\circ + \alpha + 2^\circ = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 2^\circ$$

$$\tan(\alpha + \beta + 2^\circ) = \cot 1^\circ \Rightarrow \alpha + \beta + 2^\circ + 1^\circ = 90^\circ \Rightarrow \beta = 4^\circ$$

$$\cos(\Delta\alpha + 2\beta) = \cos(10^\circ + 8^\circ) = \cos 18^\circ = -1$$

(میرزایی) (مثلثات - روابطی متمم) (متوسط)

گزینه «۴» -

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} - \beta$$

$$-6\alpha - 7\beta = -6\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right) - 7\beta = -\pi + 6\beta - 7\beta = -\pi - \beta = -(\pi + \beta)$$

$$\Rightarrow \tan(-6\alpha - 7\beta) = \tan(-(\pi + \beta)) = -\tan(\pi + \beta) = -\tan \beta$$

$$3\alpha + 4\beta = 3\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right) + 4\beta = \frac{\pi}{2} - 3\beta + 4\beta = \frac{\pi}{2} + \beta$$

$$\Rightarrow \cot(3\alpha + 4\beta) = \cot\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) = -\tan \beta$$

$$\text{حاصل عبارت} = \frac{-\tan \beta}{-\tan \beta} = 1$$

(میرزایی) (مثلثات - روابطی نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

گزینه «۴» -

$$\text{حاصل عبارت} = \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x}} = \sqrt{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} = \sqrt{\tan^2 x}$$

$$= |\tan x| \quad \begin{array}{l} \pi < x < \frac{3\pi}{2} \\ \text{در ناحیه سوم مثلثاتی} \end{array} \quad \tan x$$

گزینه «۱» : $-\tan x$

گزینه «۲» : $-\cot x$

گزینه «۳» : $+\cot x$

گزینه «۴» : $+\tan x$

(میرزایی) (مثلثات - روابطی نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

$$\sin\left(\frac{11\pi}{3}\right) = \sin\left(4\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\sin\frac{\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan\left(\frac{16\pi}{3}\right) = \tan\left(\Delta\pi + \frac{\pi}{3}\right) = +\tan\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$\cot\left(\frac{7\pi}{6}\right) = \cot\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = +\cot\frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$$

$$\text{حاصل عبارت} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} - (\sqrt{3})^2 = \frac{-3}{2} - 3 = -\frac{4}{2} = -2$$

(میرزایی) (مثلثات - روابطی نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

گزینه «۲» -

$$\cos 285^\circ = \cos(360^\circ - 75^\circ) = \cos 75^\circ$$

$$\sin(255^\circ) = \sin(180^\circ + 75^\circ) = -\sin 75^\circ$$

$$\sin(225^\circ) = \sin(165^\circ) = \sin(90^\circ + 75^\circ) = \cos 75^\circ$$

$$\sin(105^\circ) = \sin(180^\circ - 75^\circ) = \sin 75^\circ$$

$$\text{حاصل عبارت} = \frac{\cos 75^\circ + \sin 75^\circ}{\cos 75^\circ - \sin 75^\circ} \quad \begin{array}{l} \text{صورت و مخرج را بر } \sin 75^\circ \text{ تقسیم نمایم.} \end{array}$$

$$\frac{\cot 75^\circ + 1}{\cot 75^\circ - 1} = \frac{0.28 + 1}{0.28 - 1} = \frac{1.28}{-0.72} = -\frac{16}{9}$$

(میرزایی) (مثلثات - روابطی نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

گزینه «۱» -

$$\begin{array}{l} 480^\circ | 360^\circ \\ \vdots \\ 120^\circ \end{array} \quad \begin{array}{l} 840^\circ | 360^\circ \\ \vdots \\ 120^\circ \end{array}$$

$$\cot(300^\circ) = \cot(360^\circ - 60^\circ) = -\cot 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin(210^\circ) = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cot 480^\circ = \cot 120^\circ = \cot(180^\circ - 60^\circ) = -\cot 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos 840^\circ = \cos(120^\circ) = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\text{حاصل عبارت} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(میرزایی) (مثلثات - روابطی مثلثاتی) (متوسط)

$$-1 \leq \sin x \leq 1$$

$$-2 \leq 2 \sin x \leq 2 \Rightarrow -1 \leq 2 \sin x + 1 \leq 3$$

برد $R_f = [-1, 3]$

$$b - a = 3 - (-1) = 4$$

(میزرایی) (مثلثات - توابع مثلثاتی) (آسان)

۸- گزینه «۳» - بنا به نمودار ترسیم شده مشخص می‌شود که ابتدا عرض نقاط $\cos x$ ، ۳ برابر شده و سپس ۱ واحد در راستای عمودی بالا رفته است.

(میزرایی) (مثلثات - توابع مثلثاتی) (متوسط)

۹- گزینه «۴» -

$$2^{x+5} = \left(\frac{1}{4}\right)^{x-1} \Rightarrow 2^{x+5} = 2^{-2x+2} \Rightarrow x+5 = -2x+2 \Rightarrow 3x = -3 \Rightarrow x = -1$$

$$\frac{\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)}{\cos(-\pi)} = \frac{-1}{-1} = 1$$

عبارت =

(میزرایی) (تابع نمایی - معادله نمایی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» -

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 2^{2x} = \frac{1}{3^x} + \frac{3}{2}$$

$$3^x = \frac{1}{\frac{1}{3^x} + \frac{3}{2}} \xrightarrow{3^x = t} t = \frac{1}{\frac{1}{t} + \frac{3}{2}}$$

$$t^2 - \frac{3}{2}t - 1 = 0 \Rightarrow 2t^2 - 3t - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \\ t = 2 \end{cases}$$

$$t = -\frac{1}{2}: 4^x = -\frac{1}{2} \text{ غرق}$$

$$t = 2: 4^x = 2 \Rightarrow 2^{2x} = 2 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$y = 2^{2x} = 2^1 = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$a + b = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2} = 2.5$$

(میزرایی) (تابع نمایی - معادله نمایی) (متوسط)

$$\left. \begin{array}{l} A \left\{ \frac{1}{2} \in f : k(a^2) - 1 = 0 \Rightarrow k\sqrt{a} = 1 \right. \\ B \left\{ \frac{1}{3} \in f : k(a^0) - 1 = \frac{1}{3} \Rightarrow k = \frac{4}{3} \right. \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{3}{4} \Rightarrow a = \frac{9}{16}$$

$$f(x) = \frac{4}{3} \left(\frac{9}{16}\right)^x - 1$$

$$f(1) = \frac{4}{3} \times \frac{9}{16} - 1 = \frac{3}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$$

(میزرایی) (تابع نمایی - نمودار تابع نمایی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» - توابع نمایی $y = 3^{x^2} - 4^x$ همواره مثبت است، پس از قدرمطلق خارج می‌شود:

$$9^x = 3^{x^2} - 4^x \Rightarrow 3^{2x} = 3^{x^2} - 4^x$$

$$2x = x^2 - 4^x \Rightarrow x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

پس معادله دو جواب دارد. (میزرایی) (تابع نمایی - معادله نمایی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۱» -

$$\log_{\frac{3}{2}} \frac{3}{\frac{1}{\Delta^4}} = \log_{\frac{3}{2}} 3^2 - \log_{\frac{3}{2}} \frac{1}{\Delta^4} = \frac{3}{2} \log_{\frac{3}{2}} 3 - \frac{1}{4} \log_{\frac{3}{2}} \Delta = 1 / \Delta (\cdot / \Delta) - \cdot / 2 \Delta (1 - \log 2)$$

$$= \cdot / 7 \Delta - \cdot / 2 \Delta \times \cdot / 7 = \cdot / 7 \Delta - \cdot / 14 \Delta = \cdot / 14 \Delta$$

(میزرایی) (لگاریتم - ویژگی‌های لگاریتم) (متوسط)

۱۴- گزینه «۳» -

$$(\log_7 x)^2 - 6 \log_7 x - 18 = 0 \Rightarrow (\log_7 x)^2 - 3 \log_7 x - 18 = 0$$

$$\xrightarrow{\log_7 x = t} t^2 - 3t - 18 = 0 \Rightarrow (t-6)(t+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 6 \\ t = -3 \end{cases}$$

$$t = 6: \log_7 x = 6 \Rightarrow x = 7^6 = 64$$

$$t = -3: \log_7 x = -3 \Rightarrow x = 7^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$S = 64 + \frac{1}{8} = \frac{513}{8}$$

(میزرایی) (لگاریتم - معادله لگاریتمی) (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» -

$$\text{عبارت} = \log(11 - 4\sqrt{7})(\sqrt{7} + 2)^7 = \log(11 - 4\sqrt{7})(11 + 4\sqrt{7})$$

$$= \log(121 - 112) = \log 9 = 2 \log 3 = 2a$$

(میزرایی) (لگاریتم - خواص لگاریتم) (آسان)

۱۶- گزینه «۲» -

$$\log(x-3)(x+2) = \log(2x^2 - 11x + 15)$$

$$x^2 - x - 6 = 2x^2 - 11x + 15$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \text{ غ ق} \\ x=7 \checkmark \end{cases}$$

$$x=7: \log_7(x^2 + 2x - 6) = \log_7(49 + 14 - 6) = \log_7 64 = \log_7 2^6 = 6$$

(میرزایی) (لگاریتم - معادله لگاریتمی) (متوسط)

۱۷- گزینه «۱» -

$$y = \Delta^{x-1} + 2 \Rightarrow \Delta^{x-1} = y - 2$$

$$x - 1 = \log_{\Delta}(y - 2) \Rightarrow x = \log_{\Delta}(y - 2) + 1$$

$$x = \log_{\Delta}(y - 2) + \log_{\Delta} \Delta \Rightarrow x = \log_{\Delta}(\Delta y - 10)$$

$$f^{-1}(x) = \log_{\Delta}(\Delta x - 10)$$

(میرزایی) (تابع نمایی - وارون تابع نمایی) (دشوار)

۱۸- گزینه «۳» -

$$(I) \text{ رابطه } : A \Big|_{\tau} \in f : \tau = a + \log_{\tau}(b-1)$$

$$(II) \text{ رابطه } : B \Big|_{\delta} \in f : \delta = a + \log_{\tau}(\tau b - 1)$$

$$(II) \text{ رابطه } - (I) \text{ رابطه } \Rightarrow \log_{\tau}(\tau b - 1) - \log_{\tau}(b - 1) = \tau$$

$$\log_{\tau}\left(\frac{\tau b - 1}{b - 1}\right) = \tau \Rightarrow \frac{\tau b - 1}{b - 1} = \tau \Rightarrow \tau b - 1 = \tau b - 1 \Rightarrow b = \tau$$

$$(I) \text{ رابطه } : \tau = a + \log_{\tau} \tau \Rightarrow a = \tau$$

$$a + b = \delta$$

(میرزایی) (لگاریتم - نمودار لگاریتم) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» -

$$\sqrt{\log_{\tau} 9 + \log_{\tau} 125} = \sqrt{\log_{\tau} 1125} = 1125$$

(میرزایی) (لگاریتم - ویژگی‌های لگاریتم) (متوسط)

۲۰- گزینه «۴» -

$$y = \log_{(x+1)}(16 - x^2)$$

$$\left. \begin{array}{l} 16 - x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 16 \\ -4 < x < 4 \\ x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ x + 1 \neq 1 \Rightarrow x \neq 0 \end{array} \right\} \text{اشتراک} \rightarrow D = (-1, 4) - \{0\}$$

$$\text{دامنه صحیح اعداد} = \{1, 2, 3\}$$

(میرزایی) (لگاریتم - دامنه تابع لگاریتمی) (متوسط)