

$$\begin{aligned}\sin 330^\circ &= \sin(360^\circ - 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2} \\ \tan 300^\circ &= \tan(360^\circ - 60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3} \\ \cos 150^\circ &= \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \text{حاصل عبارت} &= \left(-\frac{1}{2}\right)(-\sqrt{3}) + \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0\end{aligned}$$

(میرزایی) (مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

$$\begin{aligned}\sin \frac{3\pi}{4} &= \sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos \frac{5\pi}{6} &= \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right) &= -\sin \frac{2\pi}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan\left(-\frac{4\pi}{3}\right) &= -\tan \frac{4\pi}{3} = -\tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} \\ \text{حاصل} &= \frac{\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)^2}{\sqrt{2}\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) + \left(-\sqrt{3}\right)^2} = \frac{1 - \frac{3}{4}}{-1 + 3} = \frac{\frac{1}{4}}{2} = \frac{1}{8}\end{aligned}$$

(میرزایی) (مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

$$\begin{aligned}\sin 840^\circ &= \sin(2\pi - \frac{4\pi}{3}) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan 480^\circ &= \tan(2\pi - \frac{4\pi}{3}) = \tan\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} \\ \tan 300^\circ &= \tan(2\pi - \frac{2\pi}{3}) = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} \\ \cos 210^\circ &= \cos\left(\pi + \frac{\pi}{6}\right) = -\cos \frac{\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ A &= \frac{\sqrt{3}}{2} \times (-\sqrt{3}) + (-\sqrt{3})\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{-3}{2} + \frac{3}{2} = 0\end{aligned}$$

(سراسری تجربی - ۹۹) (مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

$$\text{حاصل عبارت} = \frac{-\cos \theta + \sin \theta}{-\cos \theta - \cos \theta} = \frac{-\cos \theta + \sin \theta}{-2 \cos \theta} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \tan \theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} (0/2) = 0/2 - 0/1 = 0/4$$

(میرزایی) (مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

$$\begin{aligned}-1 &\leq \sin x \leq 1 \\ -2 &\leq 2 \sin x \leq 2 \\ -1 &\leq 2 \sin x + 1 \leq 3\end{aligned}$$

(میرزایی) (مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

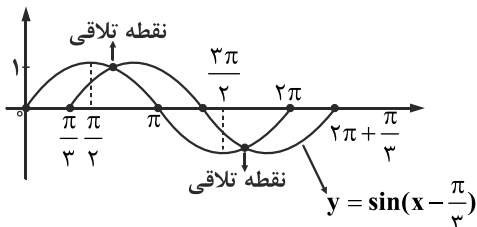
$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow 0 < \sin x < 1 \Rightarrow [\sin x] = 0$$

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow -1 < \cos x < 0 \Rightarrow [\cos x] = -1$$

عبارت حاصل $= 0 + (-1) = -1$

(میرزایی) (مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

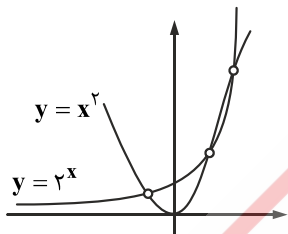
۷- گزینه «۳» - در دو نقطه همدیگر را قطع می‌کنند.



(میرزایی) (مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

۸- گزینه «۲» - بنا به متن و نمودارهای ترسیم شده در کتاب درسی گزینه «۲» صحیح است. (میرزایی) (مثلثات - نمودار توابع مثلثاتی) (آسان)

۹- گزینه «۴» - با ترسیم دو نمودار $y = x^2$ و $y = 2^x$ در یک دستگاه مختصات خواهیم داشت:



در دو نقطه با طول‌های $x = 2$ و $x = 4$ دو نمودار همدیگر را قطع می‌کنند. (میرزایی) (تابع نمایی - نمودار تابع نمایی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۱» -

$$4^x + 2 = 3 \times 2^{x+1} - 6$$

$$(2^2)^x + 2 = 3 \times 2 \times 2^x - 6$$

$$(2^x)^2 - 6 \times 2^x + 8 = 0 \xrightarrow{2^x=t} t^2 - 6t + 8 = 0$$

$$(t-2)(t-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=2 \Rightarrow 2^x=2 \Rightarrow x_1=1 \\ t=4 \Rightarrow 2^x=2^2 \Rightarrow x_2=2 \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = 1 + 2 = 3$$

(میرزایی) (تابع نمایی - حل معادله نمایی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» -

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2x^2-x} \geq (2^2)^{x^2+x+2}$$

$$2^{x^2-\frac{1}{2}x} \geq 2^{2x^2+2x+4} \Rightarrow x^2 - \frac{1}{2}x \geq 2x^2 + 2x + 4$$

$$x^2 + \frac{5}{2}x + 4 \leq 0$$

$$\Delta = \frac{25}{4} - 16 = \frac{-39}{4} < 0 \Rightarrow \text{علامت عبارت درجه دوم همواره موافق ضریب } x^2 \text{ و مثبت است، پس نامعادله بدون جواب می‌باشد.}$$

(میرزایی) (تابع نمایی - نامعادله نمایی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -

$$\log\left(\frac{3^{\frac{2}{3}}}{\frac{1}{5^{\frac{1}{4}}}}\right) = \log 3^{\frac{2}{3}} - \log 5^{\frac{1}{4}} = \frac{2}{3} \log 3 - \frac{1}{4} \log 5 = \frac{2}{3} \log 3 - \frac{1}{4}(1 - \log 2) = \frac{2}{3}(\cdot/5) - \frac{1}{4}(1 - \cdot/3)$$

$$= 1/5 \times \cdot/5 - \cdot/25 \times \cdot/7 = \cdot/75 - \cdot/175 = \cdot/575$$

(میرزایی) (لگاریتم - خواص لگاریتم) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

$$\log_3 9A^2 = \log_3 9(3^a)^2 = \log_3 9 \times 9^a = \log_3 9^{a+1} = \log_3 3^{2a+2} = (2a+2) \log_3 3 = 2a+2$$

(سراسری ریاضی - ۹۱) (لگاریتم - خواص لگاریتمی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۴» -

$$\log(x+2)(2x-1) = \log(4x+1)$$

$$(x+2)(2x-1) = 4x+1 \Rightarrow 2x^2 - x + 4x - 2 = 4x+1$$

$$2x^2 - x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ ق ق غ} \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$x = \frac{3}{2} : \log_2(2x+5) = \log_2\left(2\left(\frac{3}{2}\right)+5\right) = \log_2 7 = \frac{3}{2} = 1/5$$

(سراسری ریاضی - ۹۷) (لگاریتم - معادله لگاریتمی) (متوسط)

۱۵- گزینه «۳» -

$$\log_3(2x-1) = y+1 \Rightarrow 2x-1 = 3^{y+1}$$

$$2x = 3^{y+1} + 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(3^{y+1} + 1)$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(3^{x+1} + 1)$$

(میرزایی) (لگاریتم - وارون لگاریتم) (متوسط)

۱۶- گزینه «۲» -

$$\left. \begin{aligned} 9-x^2 > 0 &\Rightarrow x^2 < 9 \Rightarrow |x| < 3 \Rightarrow -3 < x < 3 \\ x+1 > 0 &\Rightarrow x > -1 \\ x+1 \neq 1 &\Rightarrow x \neq 0 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D = (-1, 3) - \{0\}$$

اعداد صحیح دامنه $\{1, 2\}$

(میرزایی) (لگاریتم - دامنه تابع لگاریتمی) (متوسط)

۱۷- گزینه «۱» - می دانیم:

$$\cdot/4 = \frac{2}{5}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5}{2}\right)^{2x^2} \Rightarrow \left(\frac{5}{2}\right)^{-(2x-1)} = \left(\frac{5}{2}\right)^{2x^2}$$

$$3x^2 = -(2x-1) \Rightarrow 3x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{3} : \log_8(9x+1) = \log_8\left(9 \times \frac{1}{3} + 1\right) = \log_8 4 = \log_8 2^2 = \frac{2}{3}$$

$x = -1$ جزو دامنه تابع $\log_8(9x+1)$ قرار ندارد. (سراسری تجربی - ۹۸) (نمایی و لگاریتم - معادله نمایی) (متوسط)

$$\log_{\Delta}(x+1)(x-1) = 1 \Rightarrow x^2 - 1 = \Delta$$

$$x^2 = \Delta \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt{\Delta} \\ x = -\sqrt{\Delta} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$x = \sqrt{\Delta} : \log_{\Delta}(\Delta x + \sqrt{\Delta}) = \log_{\Delta}(\Delta\sqrt{\Delta} + \sqrt{\Delta}) = \log_{\Delta}(\Delta\sqrt{\Delta}) = \log_{\Delta}(\Delta \times \Delta^{\frac{1}{2}}) = \log_{\Delta} \Delta^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} = 1/\Delta$$

(میرزایی) (لگاریتم - معادله لگاریتمی) (متوسط)

$$f(1) = 2 : 2^{a+b} = 2 \Rightarrow a+b = 1$$

$$f(-1) = 8 : 2^{-a+b} = 2^3 \Rightarrow -a+b = 3 \begin{cases} a+b = 1 \\ -a+b = 3 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 2$$

$$f(x) = 2^{-x+2}$$

$$f(0) = 2^2 = 4$$

(میرزایی) (تابع نمایی - نمودار تابع نمایی) (آسان)

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 3^{-\frac{1}{2}}$$

$$3^x + \frac{1}{3} = (3^{-\frac{1}{2}})^{2x} \Rightarrow 3^x + \frac{1}{3} = 3^{-x} \Rightarrow 3^x - \frac{1}{3^x} + \frac{1}{3} = 0 \xrightarrow{3^x=t} t - \frac{1}{t} + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow t^2 + \frac{1}{3}t - 1 = 0$$

$$3t^2 + 1t - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -3 : 3^x = -3 \text{ غ ق ق} \\ t = \frac{1}{3} : 3^x = 3^{-1} \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$$x = -1 : \log_9(x^2 - 2 \cdot x + 6) = \log_9(1 + 2 \cdot 1 + 6) = \log_9 9 = \log_{3^2} 3^2 = \frac{2}{2}$$

(میرزایی) (لگاریتم و نمایی - معادله نمایی) (دشوار)