

آمار و احتمال

۱- گزینه «۳» - دو احتمال پی در پی، یکی کدام سکه انتخاب می‌شود (احتمال اولیه) و اگر پرتاب شود چقدر احتمال دارد شیر بیاید، بنابراین:

$$P(\text{شیر}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{4} \times 1 = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 1 \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{4}{4} \right) = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

(ایمانی) (فصل دوم - درس سوم - قانون احتمال کل)

۲- گزینه «۲» -

$$P(\text{مرد باسواد}) \times P(\text{مرد بودن}) + P(\text{زن باسواد}) \times P(\text{زن بودن}) = P(\text{باسواد بودن})$$

$$\Rightarrow P(\text{باسواد بودن}) = 0/48 \times 0/9 + 0/52 \times 0/8 = 0/432 + 0/416 = 0/848$$

اگر B پیشامد زن بودن و A پیشامد باسواد بودن باشد، بنابه قانون بیز داریم:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \times P(B)}{P(A)} = \frac{0/9 \times 0/48}{0/848} = \frac{0/432}{0/848} = \frac{27}{53}$$

(ایمانی) (فصل دوم - درس سوم - قانون بیز)

۳- گزینه «۳» -

$$P(A) = 2P(B) = 0/75 \Rightarrow P(A) = 0/75, P(B) = 0/25$$

A و B دو پیشامد مستقل اند

$$\rightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B) = 0/75 \times 0/25 = 0/1875$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/75 + 0/25 - 0/1875 = 0/8125$$

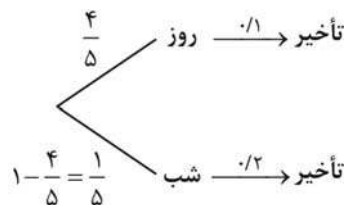
(ایمانی) (فصل دوم - درس چهارم - پیشامد مستقل و وابسته)

۴- گزینه «۳» - اگر دختر بودن دو فرزند اول خانواده را B و دختر بودن دو فرزند آخر خانواده را A در نظر بگیریم، آنگاه A مستقل از B است و داریم:

$$P(\text{دختر بودن فرزند سوم و چهارم}) = P(\text{دختر}) \times P(\text{فرزند سوم، دختر}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(ایمانی) (فصل دوم - درس چهارم - پیشامد مستقل دو وابسته)

۵- گزینه «۱» -



$$P(\text{تأخیر | شب}) = \frac{P(\text{شب | تأخیر}) \times P(\text{شب})}{P(\text{تأخیر})} = \frac{\frac{1}{5} \times 0/2}{\frac{4}{5} \times 0/1 + \frac{1}{5} \times 0/2} = \frac{1}{3}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس سوم - قانون بیز)

۶- گزینه «۴» -

$$P(B) \times P(A|B) = P(A) \times P(B|A) \Rightarrow P(B) \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{5} \Rightarrow P(B) = \frac{4}{5}$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس سوم - قانون بیز)

۷- گزینه «۳» -

$$P(A \cap B' | C) = P(A - B | C) = P(A | C) - P(A \cap B | C) = 0/2 \quad (1)$$

$$P(A \cup B | C) = P(A | C) + P(B | C) - \underbrace{P(A \cap B | C)}_{(1)} \xrightarrow{P(B|C)=0/2} 0/2 + 0/2 = 0/4$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم - درس سوم - احتمال شرطی)

۸- گزینه «۲» - اگر B پیشامدی باشد که در آن مجموع شماره‌های دو مهره ۶ باشد، آنگاه:

مهره سیاه = b مهره سفید = w

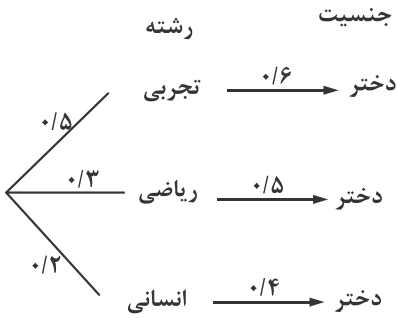
$$B = \{\{w_2, w_4\}, \{w_1, w_5\}, \{b_2, b_4\}, \{b_1, b_5\}, \{w_2, b_4\}, \{w_5, b_1\}, \{w_4, b_2\}, \{w_1, b_5\}\} \Rightarrow n(B) = 9$$

اگر A پیشامدی باشد که هر دو مهره هم‌رنگ باشند، آنگاه:

$$A \cap B = \{\{w_2, w_4\}, \{w_1, w_5\}, \{b_2, b_4\}, \{b_1, b_5\}\} \Rightarrow n(A \cap B) = 4 \Rightarrow P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{4}{9}$$

(سراسری داخل کشور ریاضی - ۹۲) (فصل دوم - درس سوم - احتمال شرطی)

۹- گزینه «۲» - نمودار درختی را با توجه به اطلاعات مسئله رسم می‌کنیم:



$$\Rightarrow P(\text{دختر بودن داوطلب انتخابی}) = 0.5 \times 0.6 + 0.3 \times 0.5 + 0.2 \times 0.4 = 0.3 + 0.15 + 0.08 = 0.53$$

(ایمانی) (فصل دوم - درس سوم - احتمال کل)

۱۰- گزینه «۲» - A: کارخانه به متخصصین جدید نیاز داشته باشد. و B: کارخانه به کارگران جدید نیاز داشته باشد.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow 0.5 = 0.4 + 0.3 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = 0.2$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0.2}{0.4} = \frac{1}{2}$$

(ایمانی) (فصل دوم - درس سوم - احتمال شرطی)