

آمار و احتمال

۱- گزینه «۱»

فرزند پنجم دختر: A_5 فرزند چهارم پسر: A_4 فرزند سوم پسر: A_3

فرزند اول دختر: A_1 فرزند دوم پسر: A_2

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{2}{5} = \frac{1}{2.5}$$

(تجاسب) (قانون ضرب احتمال) (آسان)

۲- گزینه «۴»

$$P(k) + P(k') = 1 \quad k = A \cup B \Rightarrow P(A \cup B) + P(A \cup B)' = 1 \quad \square$$

همواره داریم:

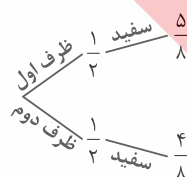
$$(A \cup B)' = A' \cap B' \quad \square$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \quad \square$$

$$\square, \square, \square \rightarrow P(A) + P(B) + P(A' \cap B') = 1$$

(تجاسب) (پیشامدهای ناسازگار) (متوسط)

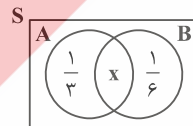
۳- گزینه «۲»



$$P(\text{مهره سفید | ظرف اول}) = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{5}{8}}{\frac{1}{2} \times \frac{5}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{8}} = \frac{\frac{5}{16}}{\frac{5}{16} + \frac{4}{16}} = \frac{5}{9}$$

(تجاسب) (قاعده بیز) (متوسط)

۴- گزینه «۳» - با استفاده از نمودار ون داریم:



A و B مستقل اند.

$$P(A) = \frac{1}{3} + x, P(B) = x + \frac{1}{6} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

$$x = \left(\frac{1}{3} + x\right)\left(x + \frac{1}{6}\right) \Rightarrow x = x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{18} \Rightarrow x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{18} = 0$$

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{6}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} & P(A) = \frac{1}{3} + x = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \\ x = \frac{1}{6} & P(B) = \frac{1}{6} + x = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

با قرار دادن $x = \frac{1}{6}$ حاصل $P(A \cup B)$ برابر $\frac{2}{3}$ می شود که در گزینه ها نمی باشد.

(تجاسب) (دو پیشامد مستقل) (دشوار)

۵- گزینه «۱» - احتمال قبول شدن نفر اول را $P(A)$ و احتمال قبول شدن نفر دوم را $P(B)$

در نظر می گیریم:

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) =$$

$$P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A)P(B) = 0/4 + 0/6 - 2(0/4 \times 0/6) = 1 - 0/4 = 0/52$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

A و B دو پیشامد مستقل اند.

(تجاسب) (دو پیشامد مستقل) (متوسط)

۶- گزینه «۴»

$$P(A|B) = P(A|B') \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} \Rightarrow$$

$$\frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A \cap B')}{1 - P(B)}$$

$$P(A \cap B)(1 - P(B)) = P(B)P(A \cap B') \Rightarrow$$

$$P(A \cap B) - P(B)P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A \cap B')$$

$$P(A \cap B) = P(B)P(A \cap B') + P(B)P(A \cap B) \Rightarrow$$

$$P(A \cap B) = P(B) \overbrace{(P(A \cap B') + P(A \cap B))}^{P(A)}$$

$$P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A) \Rightarrow A \text{ و } B \text{ دو پیشامد مستقل از یکدیگرند.}$$

(تجاسب) (احتمال شرطی و دو پیشامد مستقل) (متوسط)

۷- گزینه «۲»

$$P((A_1 - A_2)' \cap A_2) = P((A_1 \cap A_2')' \cap A_2) = P(A_1' \cup A_2) \times P(A_2) =$$

$$[P(A_1') + P(A_2) - P(A_1' \cap A_2)] \times P(A_2)$$

$$= [P(A_1') + P(A_2) - P(A_1') \times P(A_2)] \times P(A_2) =$$

$$[0/8 + 0/3 - (0/8 \times 0/3)] \times 0/4 = (1/1 - 0/24) \times 0/4 = 0/344$$

(تجاسب) (دو پیشامد مستقل) (دشوار)

۸- گزینه «۱»



$$P(\text{اولین لامپ معیوب در آزمایش سوم}) = \frac{6}{8} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{5}{28}$$

(کنکور) (احتمال شرطی (قانون ضرب)) (متوسط)

۹- گزینه «۴»

حداقل عدد یک تاس مضرب ۳ نباشد = فضای نمونه ای جدید
 $= 32 = 36 - 4 = 32$ هر دو عدد تاس مضرب ۳ باشند

$$3 \text{ مضرب } = \{(3, 3), (3, 6), (6, 3), (6, 6)\}$$

$$3 \text{ جمع مضرب } A = \{(1, 2), (1, 5), (2, 1), (2, 4), (4, 2), (4, 5), (5, 1), (5, 4)\}$$

$$P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

(کنکور) (احتمال شرطی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲»

$$\text{گزینه «۱»}: P(A) \times P(A|B) = P(A) \times \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \neq P(A \cap B)$$

$$\text{گزینه «۲»}: P(A) \times P(B|A) = P(A) \times \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = P(B \cap A) =$$

$$P(A \cap B) = P(A - B') \checkmark$$

$$P(A|B) \times P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \times \frac{P(B \cap A)}{P(A)} =$$

$$\text{گزینه «۳»}: \frac{(P(A \cap B))^2}{P(A) \times P(B)} \neq 1$$

$$P((A \cup B)|B) + P(A|B) = \frac{P((A \cup B) \cap B)}{P(B)} + \frac{P(A \cap B)}{P(B)} =$$

$$\text{گزینه «۴»}: \frac{P(B)}{P(B)} + \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 + \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \neq 1$$

(تجاسب) (احتمال شرطی) (متوسط)