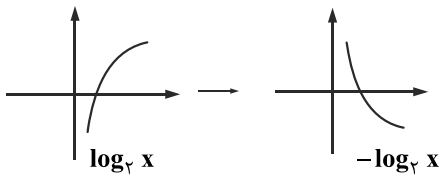


۱- گزینه «۳» -

$$\log_r \frac{1}{x} = \log_r x^{-1} = -\log_r x$$

و طبق انتقال داریم:



(ولیعهدی) (تابع لگاریتمی)

۲- گزینه «۴» -

$$x = 8 \log_f 2 \sqrt{2} = 8 \log_{f^2} 2^{\frac{2}{2}} = 8 \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{2} \log_r 2 = 6 \Rightarrow \log_f 4(6+3) = \log_f 36 = 2$$

(سراسری ریاضی خارج از کشور ۸۷) (ویژگی‌های لگاریتم و حل معادله‌های لگاریتمی)

۳- گزینه «۱» -

$$a = \log_f \sqrt{2} = \log_{f^2} 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \log_r 2 = \frac{1}{4} \Rightarrow \log_r a = \log_r \frac{1}{4} = \log_r 2^{-2} = -2 \log_r 2 = -2$$

(ولیعهدی) (ویژگی‌های لگاریتم و حل معادله‌های لگاریتمی)

۴- گزینه «۱» -

$$r \log(2x+1) = \log(3x^r + 6x)$$

$$(2x+1)^r = 3x^r + 6x \Rightarrow 4x^r + 4x + 1 = 3x^r + 6x \Rightarrow x^r - 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x-1)^r = 0 \Rightarrow x=1 \text{ ق. ۱}$$

$$\log_r^{x+1} = \log_r^9 = 2$$

(ولیعهدی) (معادلات لگاریتمی)

۵- گزینه «۳» -

$$A = \log_v 50 \Rightarrow v^A = 50$$

$$\begin{cases} v^2 = 49 \\ v^3 = 343 \end{cases} \Rightarrow 49 < 50 < 343 \Rightarrow v^2 < v^A < v^3 \Rightarrow 2 < A < 3$$

(ولیعهدی) (ویژگی‌های لگاریتم)

۶- گزینه «۳» -

$$L = R\alpha = (2)\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3}$$

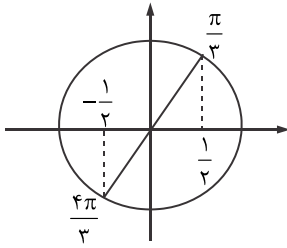
(ولیعهدی) (رادیان)

۷- گزینه «۲» -

$$\frac{\cos\left(\frac{2\pi}{3} - \theta\right) - \cos(\pi - \theta)}{\sin(\pi + \theta) - \sin(3\pi - \theta)} = \frac{-\sin \theta + \cos \theta}{-\sin \theta - \sin \theta} = \frac{-\sin \theta + \cos \theta}{-2 \sin \theta} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cot \theta = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{10}{4} = \frac{1}{2} - \frac{10}{8} = \frac{4-10}{8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}$$

(ولیعهدی) (نسبت‌های مثلثاتی)

۸- گزینه «۴» - حال با توجه به شکل مقابل داریم:



$$\frac{\pi}{9} < x < \frac{4\pi}{9} \Rightarrow \frac{\pi}{3} < 3x < \frac{4\pi}{3}$$

کمان  $3x$  می تواند مقادیر بین  $\frac{\pi}{3}$  تا  $\frac{4\pi}{3}$  را اتخاذ کند. با توجه به دایره مثلثاتی کمان  $3x$  می تواند مقدار  $\pi$  را نیز داشته باشد. بنابراین برای بازه  $\cos 3x$  خواهیم داشت:

$$-1 \leq \cos 3x < \frac{1}{2} \Rightarrow -1 \leq \frac{t+1}{2} < \frac{1}{2} \Rightarrow -2 \leq t+1 < 1 \Rightarrow -3 \leq t < 0$$

(ولیعهدی) (توابع مثلثاتی)

۹- گزینه «۲» -

$$\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.7$$

$$\begin{cases} \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \\ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0.85 \end{cases}$$

$$\sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \cos 30^\circ = 0.945$$

(ولیعهدی) (روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا)

۱۰- گزینه «۲» - عبارت داده شده را طوری می نویسیم تا  $\frac{1}{2}$  و  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  ایجاد شود:

$$A = 2\left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos 50^\circ - \frac{1}{2} \sin 50^\circ\right) = 2(\cos 30^\circ \cos 50^\circ - \sin 30^\circ \sin 50^\circ) = 2 \cos(30^\circ + 50^\circ) = 2 \cos(80^\circ) = 2 \cos(90^\circ - 10^\circ) = 2 \sin 10^\circ$$

(ولیعهدی) (روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا)

۱۱- گزینه «۲» - شکل سه تناوب را شامل می شود. بنابراین دوره تناوب برابر با  $\frac{2\pi}{3}$  است بنابراین داریم:

$$T = \left| \frac{2\pi}{b\pi} \right| = 1 \Rightarrow b = 2$$

از طرفی طبق اصل انتقال، تابع  $\sin$  را در  $-3$  ضرب کرده است بنابراین:

$$a = -3 \Rightarrow ab = (-3)(2) = -6$$

(سراسری خارج از کشور ریاضی ۹۲) (توابع مثلثاتی)

۱۲- گزینه «۳» - ماکزیمم عبارت  $\sin x$  برابر با ۱ است بنابراین داریم:

$$(2)(1) + 3(1) = 5$$

(ولیعهدی) (توابع مثلثاتی)

۱۳- گزینه «۴» -

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \frac{1}{9}$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \underbrace{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}_1 + \underbrace{2 \sin \alpha \cos \alpha}_{\sin 2\alpha} = 1 + \sin 2\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{1}{9} - 1 = -\frac{8}{9}$$

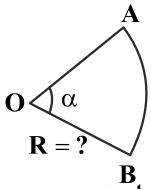
(ولیعهدی) (روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا)

۱۴- گزینه «۴» - (ولیعهدی) (نسبت های مثلثاتی بعضی زوایا)

۱۵- گزینه «۳» - می دانیم که  $\tan \frac{\pi}{4} = 1$  بنابراین داریم:

$$\tan \frac{\pi}{4} \sin x + \cos x = \frac{\sin \frac{\pi}{4}}{\cos \frac{\pi}{4}} \sin x + \cos x = \frac{\sin \frac{\pi}{4} \sin x + \cos \frac{\pi}{4} \cos x}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{2}{\sqrt{2}} (\cos(\frac{\pi}{4} - x)) = \sqrt{2} \cos(\frac{\pi}{4} - x)$$

(ولیعهدی) (روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا)



$$R\alpha = \widehat{AB} \Rightarrow R\left(\frac{\pi}{3}\right) = 10\pi \Rightarrow R = 30 \text{ cm}$$

(ولیعهدی) (رادیان)

۱۷- گزینه «۴» - برد تابع  $[-2, 2]$  است بنابراین ضریب تابع سینوسی ۲ است. همچنین دوره تناوب تابع  $\sin(bx)$  به صورت مقابل است:

$$T = \left| \frac{2\pi}{b} \right|$$

و چون دوره تناوب شکل  $4\pi$  است داریم:

$$T = 4\pi = \frac{2\pi}{b} \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow y = 2 \sin \frac{x}{2}$$

(ولیعهدی) (توابع مثلثاتی)

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - (0.4)^2 = 0.84$$

(ولیعهدی) (روابط مثلثاتی)

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{70}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{7\pi}{18}$$

(ولیعهدی) (رادیان)

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha \Rightarrow \sin 17 \cos 13 + \cos 17 \sin 13 = \sin(17 + 13) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

(ولیعهدی) (روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا)