

## حسابان ۱

۱- گزینه «۱» -

$$\frac{\log \sqrt{24}}{\log \sqrt{2}} - \frac{\log 24}{\log 4} = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{24} - \log_4 24 = \log_2 24 - \log_2 6 = \log_2 \frac{24}{6} = \log_2 4 = 2$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس سوم - لگاریتم و خواص آن)

۲- گزینه «۴» -

$$\log_{\sqrt{10}} y = 2b \Rightarrow \log_{10} y = 2 \log_{10} y = 2b \Rightarrow \log_{10} y = b$$

$$\log_{y^2} x^2 = \log_y x = \frac{\log x}{\log y} = \frac{a}{b}$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس سوم - لگاریتم و خواص آن)

۳- گزینه «۲» -

$$\log(x-2)(x-4) = \log 2^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 4 \Rightarrow x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow \Delta = 36 - 16 = 20 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{20}}{2} = 3 \pm \sqrt{5}$$

دقت کنید که  $3 - \sqrt{5}$  در دامنه تابع نیست پس فقط  $3 + \sqrt{5}$  قابل قبول است. (رستمی کیا) (فصل سوم - درس دوم - معادله لگاریتمی)

۴- گزینه «۱» -

$$125 < 321 < 625 \Rightarrow 3 < \log_5 321 < 4 \Rightarrow [\log_5 321] = 3$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس سوم - لگاریتم و خواص آن)

۵- گزینه «۴» -

$$2 \log x = 1 + \log(x + \frac{12}{5}) \Rightarrow \log x^2 - \log(x + \frac{12}{5}) = 1 \Rightarrow \log(\frac{x^2}{x + \frac{12}{5}}) = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{x + \frac{12}{5}} = 10$$

$$\Rightarrow x^2 - 10x - 24 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -2 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

بنابراین داریم:

$$\log_5(2x+1) = \log_5 25 = 2$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس سوم - لگاریتم و خواص آن)

۶- گزینه «۱» - بنا به فرض سؤال  $A^2 = (3^a)^2 = 3^{2a}$ . بنابراین می توان نوشت:

$$\log_3 9A^2 = \log_3 3^2 \times 3^{2a} = \log_3 3^{(2+2a)} = (2+2a) \log_3 3 = 2+2a$$

(رستمی کیا) (فصل سوم - درس سوم - لگاریتم و خواص آن)

۷- گزینه «۳» -

$$A = \frac{\cos(\frac{\sqrt{2}\pi}{2} + \theta) \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(\sqrt{2}\pi + \theta)} = \frac{\sin\theta + \cos\theta}{\sin\theta + \sin\theta} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cot\theta$$

بنابراین:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \tan\theta} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \times 0.5} = 3$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس دوم - نسبت‌های مثلثاتی زوایا)

۸- گزینه «۳» -

$$\sin(\frac{14\pi}{8}) = \sin(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4}) = \sin\frac{\pi}{2} \cos\frac{\pi}{4} + \sin\frac{\pi}{4} \cos\frac{\pi}{2}$$

ابتدا باید نسبت‌های  $\cos\frac{\pi}{4}$  و  $\sin\frac{\pi}{4}$  را محاسبه کنیم:

$$A = \cos\frac{\pi}{4} \Rightarrow A^2 = \cos^2(\frac{\pi}{4}) = \frac{1 + \cos 2(\frac{\pi}{4})}{2} = \frac{1 + \cos\frac{\pi}{2}}{2} = \frac{1 + 0}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}, \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$\sin\frac{14\pi}{8} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2} + \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}} + \sqrt{2}\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{4}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا)

۹- گزینه «۱» -

$$\cos^2 x = \frac{\cot x}{\cot x - a^2} \Rightarrow \frac{1}{1 + \tan^2 x} = \frac{\cot x}{\cot x - a^2} \Rightarrow \cot x + \tan x = \cot x - a^2 \Rightarrow \tan x = -a^2 < 0 \begin{cases} \text{ربع چهارم} \\ \text{ربع دوم} \end{cases} \text{ I}$$

$$\cos x = \sqrt{\phantom{x}} > 0 \begin{cases} \text{ربع اول} \\ \text{ربع چهارم} \end{cases} \text{ II}$$

$$\text{II} \cap \text{I} = \text{ربع چهارم}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس سوم - توابع مثلثاتی)

۱۰- گزینه «۳» -

$$\frac{4 \cos^2 x}{\sin x + \cos x} = \frac{4 \cos^2 x}{\sin^2 x + \cos^2 x} = \frac{4 \cos^2 x}{2 \sin^2 x} \Rightarrow 2 \sin^2 x \cos^2 x = \sin^4 x$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایا)

۱۱- گزینه «۲» - عبارت داده شده را بر  $\cos^2 x$  تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x + \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{2}{\cos^2 x} \Rightarrow 2 \tan^2 x - 3 \tan x + 1 = 2(1 + \tan^2 x) \Rightarrow 2 \tan x = -1 \Rightarrow \tan x = \frac{-1}{2}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی)

۱۲- گزینه «۲» -

$$\sin(\frac{7\pi}{2} + \frac{15\pi}{4}) = \sin(\frac{6\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + \frac{16\pi}{4} - \frac{\pi}{4}) = \sin(\pi + \frac{\pi}{4}) = -\sin\frac{\pi}{4} = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس دوم - نسبت‌های مثلثاتی)

۱۳- گزینه «۳» - با توجه به این که  $2a = (a+b) + (a-b)$  می باشد پس:

$$\tan 2a = \frac{\tan(a+b) + \tan(a-b)}{1 - \tan(a+b)\tan(a-b)} = \frac{\frac{2}{5} + \frac{3}{7}}{1 - \frac{2}{5} \times \frac{3}{7}} = \frac{14+15}{35-6} = 1$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی)

۱۴- گزینه «۴» -

$$\sin \frac{\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{14} - r \sin \frac{6\pi}{7} = \sin \frac{\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{14} - r \sin(\pi - \frac{\pi}{7})$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{14} - r \sin \frac{\pi}{7} = \cos \frac{5\pi}{14} - r \sin \frac{\pi}{7} \Rightarrow \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}) - \sin \frac{\pi}{7} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{7} - \sin \frac{\pi}{7} = 0$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی)

۱۵- گزینه «۱» -

$$\log_r \frac{\sin 2^\circ + \sin 4^\circ}{\sin 2^\circ} = \log_r \left( \frac{r \sin \frac{2^\circ+4^\circ}{2} \cos \frac{2^\circ-4^\circ}{2}}{\sin 2^\circ} \right) = \log_r \frac{r \sin 3^\circ \times \cos(-1^\circ)}{\sin 2^\circ}$$

$$\Rightarrow \log_r \frac{r \sin 3^\circ \times \cos 1^\circ}{r \sin 1^\circ \times \cos 1^\circ} = \log_r \frac{\sin 3^\circ}{\sin 1^\circ} = \log_r \frac{1}{\sin 1^\circ} = \log_r \left( \frac{1}{r \sin 1^\circ} \right) \Rightarrow -\log_r r \sin 1^\circ = -1 - a$$

(رستمی کیا) (فصل سوم و چهارم - لگاریتم و مثلثات)

۱۶- گزینه «۴» -

$$A = \tan^\alpha \alpha \cdot \cos^\alpha \alpha + \cos^\alpha \alpha - r \sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sin^\alpha \alpha}{\cos^\alpha \alpha} \cos^\alpha \alpha + \cos^\alpha \alpha - r \sin \alpha \cos \alpha = 1 - r \sin \alpha \cos \alpha = 1 - \sin 2\alpha$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی)

۱۷- گزینه «۳» -

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - a\right) = \frac{r}{3} \Rightarrow \tan\left(r\left(\frac{\pi}{4} - a\right)\right) = \frac{r \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{r \times \frac{r}{3}}{1 - \left(\frac{r}{3}\right)^2} \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - ra\right) = \frac{12}{5} \Rightarrow \cot 2a = \frac{12}{5} \Rightarrow \tan 2a = \frac{5}{12}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی)

۱۸- گزینه «۱» -

$$A = \frac{\cos 6x + \cos 2x}{\sin 6x + \sin 2x} = \frac{r \cos 4x \cos 2x}{r \sin 4x \cos 2x} = \cot 4x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{24}} \cot \frac{\pi}{6} = \sqrt{3}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی)

۱۹- گزینه «۲» -

$$\left(\frac{1+\sin x}{1-\sin x} - \frac{1-\sin x}{1+\sin x}\right) \cos x = \frac{(1+\sin x)^2 - (1-\sin x)^2}{1-\sin^2 x} \times \cos x \Rightarrow \frac{1+\sin^2 x + 2\sin x - 1 - \sin^2 x + 2\sin x}{\cos x} = \frac{4\sin x}{\cos x} = 4 \tan x$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی)

۲۰- گزینه «۴» - دو طرف عبارت داده شده را به توان دو می‌رسانیم:

$$(\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow 1 - \sin 2\alpha = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{8}{9}$$

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = \frac{-8}{9}$$

$$\text{چون } \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2\alpha\right) = -\sin 2\alpha \text{، بنابراین:}$$

(رستمی‌کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی)