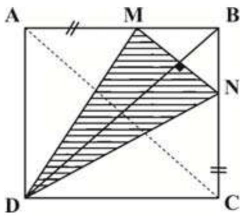
هندسه ۲

۱- گزینه «۲» ـ این تبدیل هر شکل را در امتداد محورهای OX و OY ، ۴ برابر می‌کند بنابراین تصویر مربع واحد تحت آن مربع خواهد شد.

(فیروزی) (فصل دوم ـ درس اول ـ تجانس) (آسان)

۲- گزینه «۱» ـ از نمادگذاری شکل زیر استفاده می‌کنیم. اگر قطر BD را رسم کنیم، BD عمودمنصف قطر AC و در نتیجه عمودمنصف MN است. بنابراین DN و DM بازتاب یکدیگر نسبت به قطر BD هستند و چون بازتاب تبدیل طولپا است، پس $DM = DN$. بنابراین با تبدیل بازتاب می‌توان نشان داد، مثلث رنگی متساوی‌الساقین است.

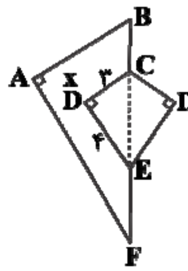


(فیروزی) (فصل دوم ـ کاربرد تبدیل‌ها) (متوسط)

۳- گزینه «۱» ـ اگر در تجانس $k = 1$ آن‌گاه تصویر شکل تحت این تجانس بر خودش منطبق می‌شود پس در این حالت تجانس تبدیل همانی است.

(فیروزی) (فصل دوم ـ تجانس) (آسان)

۴- گزینه «۳» ـ اگر D را نسبت به CE قرینه کنیم، شکل $ABCD'EF$ بیش‌ترین مساحت را دارد. اگر S_{ABCDEF} را x فرض کنیم، داریم:



$$S_{\overset{\Delta}{DEC}} = S_{\overset{\Delta}{CD'E}} = \frac{۳\times۴}{۲} = ۶$$

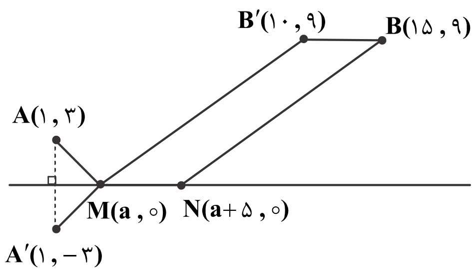
$$x + \frac{۳\times۴}{۲}\times۲ = ۲/۵x$$

$$x + ۱۲ = ۲/۵x$$

$$۱۲ = ۱/۵x \Rightarrow x = ۸$$

(کتاب همراه علوی) (فصل دوم ـ کاربرد تبدیل ـ مسائل هم‌مساحت) (متوسط)

۵- گزینه «۳» ـ



$AMNB$ کمترین اندازه خط شکسته $= AM + MN + NB = (AM + NB) + MN = (A'M + MB') + MN = A'B' + MN = ۱۵ + ۵ = ۲۰$

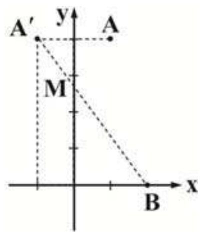
$$|A'B'| = \sqrt{(۱۰-۱)^۲ + (۹-(-۳))^۲} = ۱۵$$

(علوی) (فصل دوم ـ کاربرد تبدیل) (متوسط)

۶- گزینه «۱» ـ قرینه A نسبت به محور y را نقطه A' می‌نامیم:

$$A(۱,۴) \rightarrow A'(-۱,۴)$$

از A' به B وصل می‌کنیم طبق قضیه هرون طول کوتاه‌ترین مسیر مذکور برابر است با طول مسیر $MA+MB$.
که طبق ویژگی‌های بازتاب داریم: $MA = MA'$



پس:

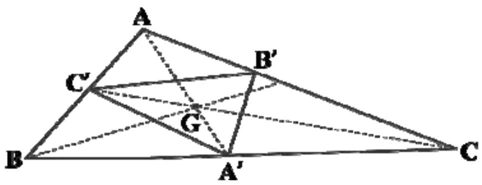
$$MA+MB = MA'+MB = A'B = \sqrt{(۲+۱)^۲+(۰-۴)^۲} = \sqrt{۹+۱۶} = \sqrt{۲۵} = ۵$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ کاربرد بازتاب) (متوسط)

۷- گزینه «۴» ـ می‌دانیم ترکیب دو تجانس با نسبت‌های $k_۱$ و $k_۲$ نسبت به یک مرکز ثابت، تجانسی است به همان مرکز و با نسبت $k_۱k_۲$. در این سؤال شکل F'' مجانس شکل F و با نسبت $۳ \times \frac{۲}{۳} = ۲$ است در نتیجه مساحت F'' چهار برابر مساحت شکل F است.

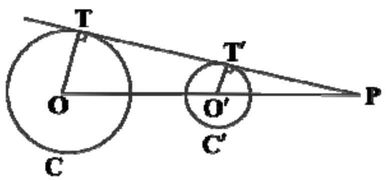
(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم ـ درس اول ـ تجانس) (متوسط)

۸- گزینه «۲» ـ چون نقاط A' ، B' و C' اوساط اضلاع هستند پس A' که متناظر A هست را به هم وصل کرده و B' که متناظر B است را نیز به هم وصل کرده این دو یکدیگر را در نقطه‌ای قطع می‌کنند که مرکز تجانس است، پس مرکز تجانس نقطه همرسی سه میانه مثلث است و نسبت تجانس $-\frac{۱}{۲}$ است.



(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم ـ درس اول ـ تجانس) (متوسط)

۹- گزینه «۳» ـ محل تلاقی مماس‌های مشترک خارجی دو دایره و خط المرکزین، مرکز تجانس دو دایره است، زیرا تمام نقاط دایره C مجانس نقاط دایره C' به مرکز P و نسبت $\frac{R}{R'}$ هستند. با توجه به این‌که $OT \parallel O'T'$، خواهیم داشت:



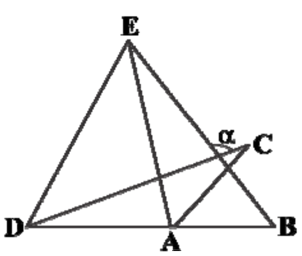
$$OT \parallel O'T' \xrightarrow[\text{تالس}]{\text{قضیه}} \frac{O'T'}{OT} = \frac{O'P}{OP} \Rightarrow \frac{۴}{۶} = \frac{O'P}{OP}$$

$$\xrightarrow[\text{در مخرج}]{\text{تفضیل}} \frac{۴}{۶-۴} = \frac{O'P}{OP-O'P}$$

$$\Rightarrow \frac{۴}{۲} = \frac{O'P}{OO'} \Rightarrow ۲ = \frac{O'P}{۱۵} \Rightarrow O'P = ۳۰$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل دوم ـ کاربرد تبدیل‌ها) (دشوار)

۱۰- گزینه «۴» ـ با توجه به این‌که مثلث AED متساوی‌الساقین است، داریم:



$$E\hat{A}D = ۱۸۰^\circ - ۲(A\hat{E}D) = ۱۸۰^\circ - ۲(۶۵^\circ) = ۵۰^\circ$$

بنابراین می‌توان نقطه D را دوران یافته نقطه E و نقطه C را دوران یافته نقطه B به مرکز A و زاویه ۵۰ درجه در نظر گرفت که دراین‌صورت پاره‌خط CD دوران یافته پاره‌خط BE به مرکز A و زاویه ۵۰ درجه خواهد بود. می‌دانیم زاویه بین هر خط با دوران یافته‌اش همان زاویه دوران است. بنابراین خواهیم داشت:

$$\alpha = ۱۸۰^\circ - (\text{زاویه دوران}) = ۱۸۰^\circ - ۵۰^\circ = ۱۳۰^\circ$$

(سراسری داخل کشور ریاضی ـ ۸۷) (فصل دوم ـ کاربرد تبدیل‌ها) (متوسط)