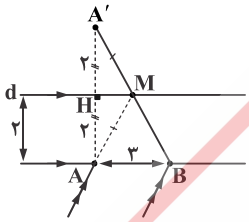
هندسه ۲

۱- گزینه «۳» ـ برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر MABM ابتدا بازتاب نقطه A نسبت به خط d را می‌یابیم، سپس از A' به B وصل می‌کنیم. هرجا که $A'B$ خط d را قطع کند، مکان دقیق نقطه M همان‌جا است.



$A'B=\sqrt{۱۶+۹}=\sqrt{۲۵}=۵$

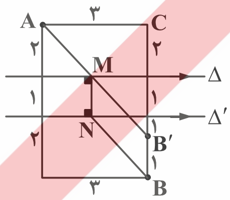
کوتاه‌ترین مسیر $MABM=MA+AB+MB=(MA'+MB)+AB$

$\Rightarrow MABM=A'B=AB=۵+۳=۸$

(علوی) (کاربرد تبدیلات ـ کاربرد تبدیل بازتاب در پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر) (آسان)

۲- گزینه «۴» ـ نقطه B را به اندازه فاصله بین Δ و Δ' روی BC به بالا منتقل می‌کنیم تا B' به‌دست آید.

از A به B' وصل می‌کنیم تا Δ را در M قطع کند. مسیر AMNB کوتاه‌ترین مسیر ممکن است و طول آن برابر است با:



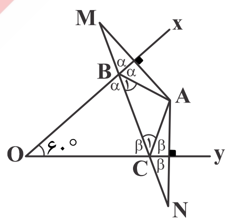
طول مسیر $=AM+MN+NB$

AMNB

$=AM+MN+MB'=AB'+MN=\sqrt{۳^۲+۴^۲}+۱=۵+۱=۶$

(علوی) (کاربرد تبدیلات ـ کاربرد تبدیل انتقال در پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر) (متوسط)

۳- گزینه «۱» ـ از A عمودهایی بر Ox و Oy وارد کرده و به اندازه خودشان امتداد می‌دهیم تا به نقاط M و N برسیم. محل تلاقی MN با Ox و Oy نقاط B و C هستند.



$\hat{B}_1=۱۸۰^\circ-۲\alpha\,,\ \hat{C}_1=۱۸۰^\circ-۲\beta$

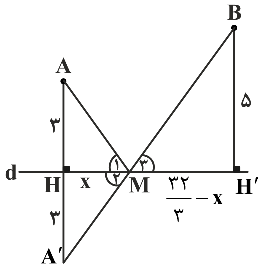
$\overset{\Delta}{BOC}:\alpha+\beta=۱۸۰^\circ-۶۰^\circ=۱۲۰^\circ$

$\overset{\Delta}{ABC}:\widehat{BAC}=۱۸۰^\circ-(۲\times۱۸۰^\circ-۲(\alpha+\beta))$

$=۲(\alpha+\beta)-۱۸۰^\circ=۲\times۱۲۰^\circ-۱۸۰^\circ=۶۰^\circ$

(علوی) (کاربرد تبدیلات ـ کاربرد تبدیل بازتاب در پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر) (متوسط)

۴- گزینه «۱» ـ نقطه A را نسبت به d بازتاب می‌دهیم تا A' به‌دست آید. محل تقاطع $A'B$ با d نقطه M است.



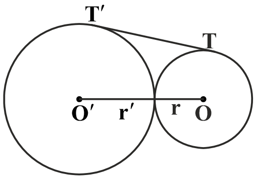
$\overset{\Delta}{AHM}\sim\overset{\Delta}{BMH'}(\text{زز})\xrightarrow[\text{اضلاع}]{\text{تناسب}}\frac{AH}{BH'}=\frac{MH}{MH'}$

$\Rightarrow\frac{۳}{۵}=\frac{x}{\frac{۳۲}{۳}-x}\Rightarrow ۵x=۳۲-۳x\Rightarrow ۸x=۳۲\Rightarrow x=۴$

$AM=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵$

(علوی) (کاربرد تبدیلات ـ کاربرد تبدیل بازتاب در پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر) (متوسط)

۵- گزینه «۱» ـ دو دایره ۳ مماس مشترک دارند، بنابراین مماس خارج خواهند بود؛ یعنی:



$OO'=r+r'=۴۸$

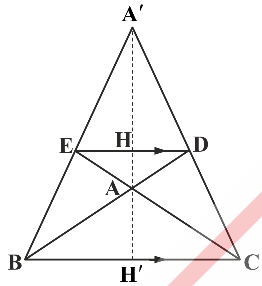
نسبت تجانس $k=\frac{r'}{r}=۷\Rightarrow r'=۷r$

$\Rightarrow r+۷r=۴۸\Rightarrow ۸r=۴۸\Rightarrow r=۶\Rightarrow r'=۷r=۷\times۶=۴۲$

$TT'=۲\sqrt{rr'}=۲\sqrt{۶\times۴۲}=۱۲\sqrt{۷}$

(کتاب همراه علوی با تغییر) (تجانس ـ تجانس دو دایره) (متوسط)

۶- گزینه «۴» ـ A' مرکز تجانس مستقیم و A مرکز تجانس معکوس است.



$$AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}ED = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۲ = \sqrt{۳}$$

$$AH' = \frac{\sqrt{۳}}{۲}BC = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۴ = ۲\sqrt{۳}$$

$$HH' = AH + AH' = \sqrt{۳} + ۲\sqrt{۳} = ۳\sqrt{۳}$$

نسبت ارتفاع‌های نظیر = نسبت تشابه $\Rightarrow \frac{ED}{BC} = \frac{A'H}{A'H'}$

$$\overset{\Delta}{A'BC} : ED \parallel BC \Rightarrow \overset{\Delta}{A'ED} \sim \overset{\Delta}{A'BC} \Rightarrow$$

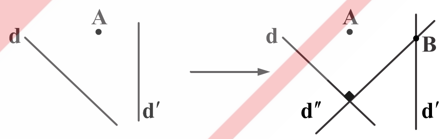
$$\Rightarrow \frac{۲}{۴} = \frac{A'H}{A'H + ۳\sqrt{۳}} \Rightarrow ۲A'H + ۶\sqrt{۳} = ۴A'H \Rightarrow$$

$$۲A'H = ۶\sqrt{۳} \Rightarrow A'H = ۳\sqrt{۳}$$

فاصله مرکز تجانس معکوس از مرکز تجانس مستقیم $= AA' = A'H + AH = ۳\sqrt{۳} + \sqrt{۳} = ۴\sqrt{۳}$

(کتاب همراه علوی با تغییر) (تجانس ـ فاصله مرکز تجانس مستقیم و معکوس) (دشوار)

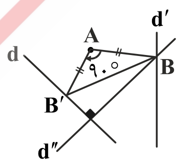
۷- گزینه «۲» ـ خط d را به مرکز A به اندازه ۹۰° دوران می‌دهیم و آن را d'' می‌نامیم:



از تقاطع d' و d'' نقطه B به‌دست می‌آید. نقطه B روی خط d'' قرار دارد، پس اگر B را به اندازه ۹۰° (خلاف جهت دوران قبلی) دوران بدهیم، نقطه B' روی d به‌دست می‌آید.
طبق خاصیت دوران داریم:

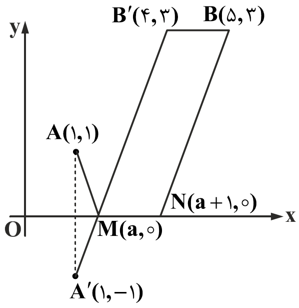
$$\widehat{BAB'} = ۹۰^\circ , AB = AB'$$

مثلث ABB' قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است.



(کنکور با تغییر) (کاربرد تبدیلات ـ کاربرد تبدیل دوران) (متوسط)

۸- گزینه «۴» ـ B را یک واحد به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا به B' برسیم. بازتاب A را نسبت به محور x می‌یابیم و آن را A' می‌نامیم. A' را به B' وصل می‌کنیم تا محور x را در نقطه M قطع کند. M را یک واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم تا به نقطه N برسیم. خط شکسته AMNB، خط مطلوب است که طول آن برابر است با:

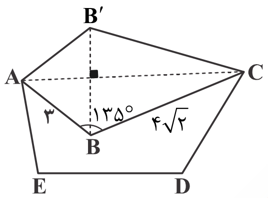


$$A'B' = \sqrt{(۳-(-۱))^۲ + (۴-۱)^۲} = \sqrt{۴^۲ + ۳^۲} = ۵$$

طول $AMNB = AM + MN + NB = A'M + ۱ + MB' = A'B' + ۱ = ۵ + ۱ = ۶$

(کنکور با تغییر) (کاربرد تبدیل‌های هندسی ـ پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر) (متوسط)

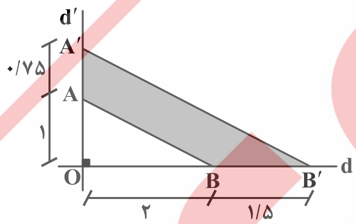
۹- گزینه «۳» ـ برای افزایش مساحت بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع باید B را نسبت به AC بازتاب کنیم. در ادامه داریم:



$$\Delta S = ۲S_{\overset{\Delta}{ABC}} = ۲ \times \frac{۱}{۲} \times ۳ \times ۴\sqrt{۲}\sin ۱۳۵^\circ = ۱۲$$

(کتاب درسی) (کاربرد تبدیل‌های هندسی ـ مسئله هم‌پیرامونی) (آسان)

۱۰- گزینه «۲» ـ



$$\frac{S_{\overset{\Delta}{A'OB'}}}{S_{\overset{\Delta}{AOB}}} = (\frac{۷}{۴})^۲ = \frac{۴۹}{۱۶} \Rightarrow S_{\overset{\Delta}{A'OB'}} = \frac{۴۹}{۱۶} S_{\overset{\Delta}{AOB}}$$

$$S_{ABB'A'} = S_{\overset{\Delta}{A'OB'}} - S_{\overset{\Delta}{AOB}} = \frac{۴۹}{۱۶} S_{\overset{\Delta}{AOB}} - S_{\overset{\Delta}{AOB}}$$

$$\Rightarrow S_{ABB'A'} = S_{\overset{\Delta}{AOB}}(\frac{۴۹}{۱۶} - ۱) = \frac{۳۳}{۱۶} S_{\overset{\Delta}{AOB}}$$

$$\Rightarrow S_{ABB'A'} = \frac{۳۳}{۱۶} \times \frac{۱}{۲} \times ۱ \times ۲ = \frac{۳۳}{۱۶}$$

(کتاب درسی) (تبدیل‌های هندسی ـ تجانس) (متوسط)