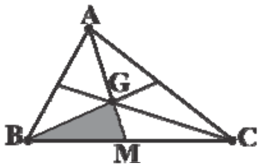
هندسه ۲

۱- گزینه «۲» ـ نقطه G محل همرسی میانه‌ها است و داریم:



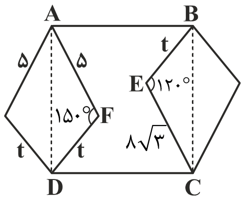
$$\frac{GA}{MA}=\frac{\frac{۲}{۳}MA}{MA}=\frac{۲}{۳}$$

بنابراین نقطه M وسط ضلع BC مجانس G به مرکز A و نسبت $\frac{۳}{۲}$ است. می‌دانیم در هر مثلث با رسم سه میانه شش مثلث هم‌مساحت به‌وجود می‌آید، بنابراین:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{BGM}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=\frac{۱}{۶}$$

(علوی) (تبدیل‌های هندسی ـ تجانس) (متوسط)

۲- گزینه «۲» ـ برای افزایش مساحت، بدون تغییر محیط باید F را نسبت به AD و E را نسبت به محور BC بازتاب کنیم. در ادامه داریم:



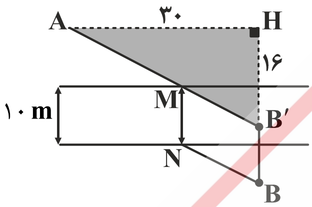
$$\Delta S=۲S_{\overset{\Delta}{AFD}}+۲S_{\overset{\Delta}{BEC}}$$

$$۲۹=۲\times\frac{۱}{۲}\times t\times ۸\sqrt{۳}\times \sin ۱۲۰^\circ+۲\times\frac{۱}{۲}\times t\times ۵\times \sin ۱۵۰^\circ$$

$$\Rightarrow\ ۲۹=۱۲t+۲/۵t=۱۴/۵t\ \Rightarrow\ t=۲$$

(علوی) (کاربردهای تبدیل‌های هندسی) (متوسط)

۳- گزینه «۴» ـ



$$\overset{\Delta}{AHB'}: AB'^{۲}=۱۶^{۲}+۳۰^{۲}$$

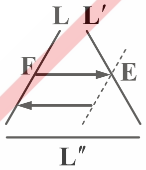
$$\Rightarrow\ AB'=۳۴$$

$$\text{AMNB طول مسیر}=AM+MN+NB=AM+۱۰+MB'$$

$$=AB'+۱۰=۳۴+۱۰=۴۴$$

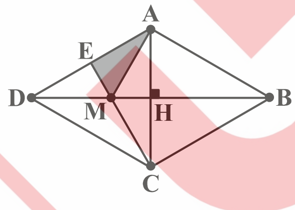
(علوی) (کاربرد تبدیل‌های هندسی) (متوسط)

۴- گزینه «۳» ـ برای رسم پاره‌خط مطلوب، خط L را با برداری به طول m و موازی ″L انتقال می‌دهیم تا خط ′L را در E قطع کند، سپس E را با برداری خلاف جهت قبلی و به طول m انتقال می‌دهیم تا نقطه F روی L مشخص گردد. پاره‌خط EF پاره‌خط موردنظر است.



(علوی) (کاربرد تبدیل‌های هندسی) (متوسط)

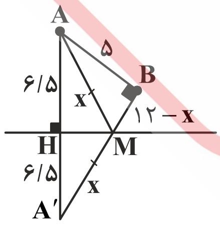
۵- گزینه «۳» ـ برای یافتن نقطه M روی BD به‌طوری‌که محیط AME کم‌ترین باشد. مطابق روش هرون بازتاب نقطه A را نسبت به BD می‌یابیم. چون قطرهای لوزی عمودمنصف یکدیگر هستند، بازتاب نقطه A نسبت به BD نقطه C است. C را به E متصل می‌کنیم تـا BD را در M قطـع کند، محیط AME کم‌ترین است. در مثلث ADC، نقطه M محل همرسی میانه‌ها است و داریم:



$$S_{\overset{\Delta}{AME}}=\frac{۱}{۶}S_{\overset{\Delta}{ADC}}=\frac{۱}{۶}(\frac{۱}{۲}S_{ABCD})=\frac{۱}{۱۲}S_{ABCD}$$

(علوی) (کاربرد تبدیل‌های هندسی) (دشوار)

۶- گزینه «۴» ـ



$$MA+MB=MA'+MB=A'B=۱۵$$

$$۵^{۲}+۱۲^{۲}=۱۳^{۲}\ \Rightarrow\ \hat{B}=۹۰^\circ$$

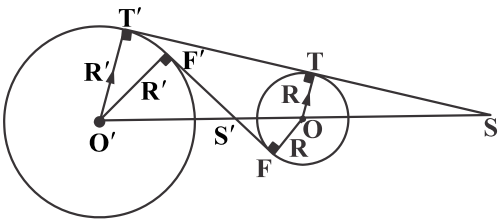
$$MA=MA'=x\ \Rightarrow\ MB=۱۲-x$$

$$\overset{\Delta}{AMB}: MB^{۲}+AB^{۲}=MA^{۲}\ \Rightarrow\ (۱۲-x)^{۲}+۵^{۲}=x^{۲}\ \Rightarrow\ ۱۴۴+x^{۲}-۲۴x+۲۵=x^{۲}\ \Rightarrow\ ۱۶۹=۲۴x$$

$$\Rightarrow\ x=\frac{۱۶۹}{۲۴}$$

(علوی) (کاربرد تبدیل‌های هندسی) (دشوار)

۷- گزینه «۱» ـ



$\overset{\Delta}{SO'T'}: OT \parallel O'T' \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{SO}{SO'} = \frac{OT}{O'T'}$

$\Rightarrow \frac{SO}{SO+OO'} = \frac{R}{R'} \Rightarrow \frac{SO}{SO+۹} = \frac{۱}{۴}$

$\Rightarrow ۴SO = SO+۹ \Rightarrow ۳SO = ۹ \Rightarrow SO = ۳$

$\overset{\Delta}{OFS'} \sim \overset{\Delta}{O'F'S'}(\text{ز ز}) \xrightarrow[\text{اضلاع}]{\text{تناسب}} \frac{S'O}{S'O'} = \frac{OF}{O'F'} \Rightarrow \frac{S'O}{OO'-S'O} = \frac{R}{R'}$

$\Rightarrow \frac{S'O}{۹-S'O} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۴S'O = ۹-S'O \Rightarrow ۵S'O = ۹ \Rightarrow S'O = \frac{۹}{۵} = ۱/۸$

$SS' = SO + S'O = ۳ + ۱/۸ = ۴/۸$

(کتاب همراه علوی) (تبدیل های هندسی ـ تجانس) (دشوار)

۸- گزینه «۳» ـ اگر $K < ۰$ باشد، تجانس معکوس است و اگر $K > ۰$ باشد، تجانس مستقیم است.

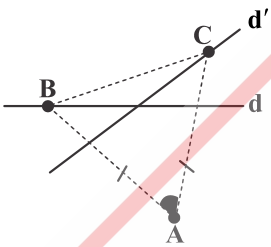
ـ اگر در تجانس $|K| < ۱$ باشد، انقباض و اگر $|K| > ۱$ باشد، انبساط است.

ـ تجانس همواره با هر ضریبی شیب خط حفظ می‌شود.

ـ تجانس همواره جهت شکل را حفظ می‌کند.

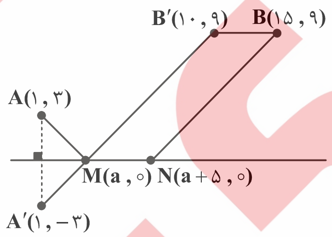
ـ درتجانس همواره شیب خط حفظ می‌شود. (کتاب همراه علوی) (تبدیل ـ تجانس) (متوسط)

۹- گزینه «۴» ـ خط d را به مرکز A، ۶۰درجه دوران می‌دهیم تا خط d' را در Cقطع کند. نقطه C را ۶۰ درجه در خلاف جهت قبلی دوران می‌دهیم تا به نقطه نظیر آن روی خط d یعنی B برسیم. مثلث متساوی الاضلاع $\overset{\Delta}{ABC}$، مثلث مطلوب است.



(سراسری خارج از کشور ـ ۹۸) (کاربرد تبدیل‌های هندسی) (دشوار)

۱۰- گزینه «۳» ـ



$|A'B'| = \sqrt{(۱۰-۱)^۲ + (۹-(-۳))^۲} = ۱۵$

کم‌ترین اندازه خط شکسته AMNB $= AM + MN + NB$

$= (AM + NB) + MN = (A'M + MB') + MN$

$= A'B' + MN = ۱۵ + ۵ = ۲۰$

(سراسری ـ ۹۹) (پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر و ویژگی‌های آن) (متوسط)