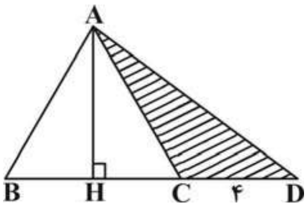
هندسه ۱

۱- گزینه «۱» ـ



$ABC: AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۸ = ۴\sqrt{۳}$ متساوی‌الاضلاع است

$$S_{ACD} = \frac{۱}{۲}CD \times AH = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۴\sqrt{۳} = ۸\sqrt{۳}$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ مساحت)

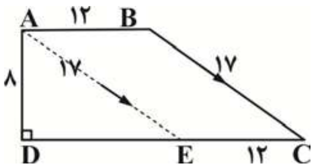
۲- گزینه «۴» ـ اگر مساحت مثلث ABC را با S نشان دهیم، می‌توان نوشت:

$$۲S = ah_a = bh_b = ch_c \Rightarrow a = \frac{۲S}{h_a}, b = \frac{۲S}{h_b}, c = \frac{۲S}{h_c}$$

طبق فرض: $a = b + c \Rightarrow \frac{۲S}{h_a} = \frac{۲S}{h_b} + \frac{۲S}{h_c} \Rightarrow \frac{۲S}{h_a} = \frac{۲S(h_b + h_c)}{h_b h_c} \Rightarrow \frac{۱}{h_a} = \frac{h_b + h_c}{h_b h_c}$

(گروه مولفان علـوی) (فصل سوم ـ مساحت)

۳- گزینه «۲» ـ AE را موازی BC می‌کنیم:



$$\overset{\Delta}{ADE}: DE = \sqrt{AE^۲ - AD^۲} = \sqrt{۱۷^۲ - ۸^۲} = ۱۵$$

$$S_{ABCD} = \frac{۱}{۲}AD \times (AB + DC) = \frac{۱}{۲} \times ۸ \times (۱۲ + ۲۷) = ۱۵۶$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ مساحت)

۴- گزینه «۳» ـ برای این‌که چهارضلعی حاصل مربع باشد، باید قطرهای چهارضلعی اولیه با هم برابر و بر هم عمود باشند تا اضلاع این چهارضلعی برابر و بر هم عمود باشند. بنابراین چهارضلعی اولیه می‌تواند مربع باشد. (کتاب همراه علـوی) (فصل سوم ـ چند ضلعی‌ها ـ چندضلعی‌ها و ویژگی‌هایی از آن‌ها)

۵- گزینه «۲» ـ باتوجه به این‌که اضلاع روبه‌رو به زوایای ۳۰° و ۶۰° در یک مثلث قائم‌الزاویه به‌ترتیب $\frac{۱}{۲}$ وتر و $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر می‌باشند، داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC}: \hat{C} = ۳۰^\circ \Rightarrow AB = \frac{BC}{۲} \Rightarrow BC = ۱۲ \Rightarrow MC = \frac{BC}{۲} = ۶$$

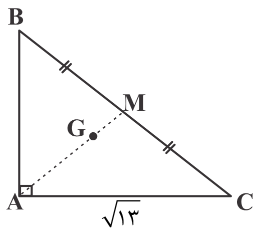
$$\overset{\Delta}{MNC}: \hat{N} = ۶۰^\circ \Rightarrow MC = \frac{\sqrt{۳}}{۲}NC \Rightarrow ۶ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}NC \Rightarrow NC = ۴\sqrt{۳}$$

$$\hat{C} = ۳۰^\circ \Rightarrow NM = \frac{۱}{۲}NC \Rightarrow NM = ۲\sqrt{۳}$$

$$P_{\overset{\Delta}{MNC}} = NC + MC + NM = ۶ + ۴\sqrt{۳} + ۲\sqrt{۳} = ۶ + ۶\sqrt{۳} = ۶(۱ + \sqrt{۳})$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ چندضلعی‌ها ـ چندضلعی‌ها ویژگی‌های از آن‌ها)

۶- گزینه «۳» ـ می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر نصف وتر است. ابتدا طول وتر را به‌دست می‌آوریم:



$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ \Rightarrow BC^۲ = ۱۳ + ۵ \Rightarrow BC = ۳\sqrt{۲}$$

فاصله نقطه تلاقی میانه‌ها از وتر می‌شود GM. پس:

$$AM = \frac{BC}{۲} \Rightarrow AM = \frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\frac{GM}{AM} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{GM}{۳\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow GM = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

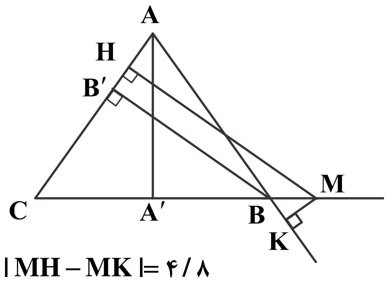
(فیروزی) (فصل سوم ـ میانه‌ها)

۷- گزینه «۴» ـ

$$\left.\begin{array}{l} b = ۱۴ \\ i = ۱ \\ S = \frac{b}{۲} + i - ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow S = \frac{۱۴}{۲} + ۱ - ۱ \Rightarrow S = ۷$$

(کتاب همراه علـوی) (فصل سوم ـ مساحت)

۸- گزینه «۴» ـ مثلث متساوی‌الساقین است:



$$AA' = \sqrt{۲۵ - ۹} = \sqrt{۱۶} = ۴$$

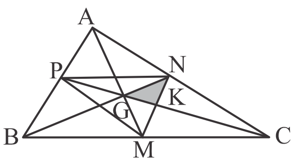
$$BB' \times AC = AA' \times BC \Rightarrow BB' = \frac{۴\times۶}{۵} = ۴/۸$$

با توجه به این‌که $|MH - MK| = BB'$، بنابراین:

$$|MH - MK| = ۴/۸$$

(گروه مؤلفان علوی) (فصل سوم ـ مساحت و کاربردهای آن)

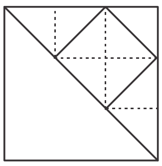
۹- گزینه «۲» ـ می‌دانیم از به هم وصل کردن اوساط اضلاع هر مثلث، ۴ مثلث همنهشت پدید می‌آید که مساحت هریک از آن‌ها $\frac{۱}{۴}$ مساحت مثلث اولیه بوده و میانه‌های مثلث اولیه بر میانه‌های مثلث مرکزی منطبق‌اند، یعنی نقطه G مرکز ثقل هر دو مثلث ABC , MNP است. باتوجه به این که شش مثلث حاصل از برخورد میانه‌های یک مثلث هم مساحت‌اند، داریم:



$$S_{\overset{\Delta}{GNK}} = \frac{۱}{۶} S_{\overset{\Delta}{MNP}} \xrightarrow{S_{\overset{\Delta}{MNP}} = S_{\overset{\Delta}{BPM}} = S_{\overset{\Delta}{MNC}}} \frac{S_{\overset{\Delta}{GNK}}}{S_{PNCB}} = \frac{\frac{۱}{۶} S_{\overset{\Delta}{MNP}}}{۳S_{\overset{\Delta}{MNP}}} = \frac{۱}{۱۸}$$

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم ـ مساحت و کاربردهای آن)

۱۰- گزینه «۳» ـ باتوجه به شکل، مشاهده می‌شود که در بالای قطر مربع بزرگ‌تر ۹ مثلث هم‌مساحت وجود دارد، پس مربع بزرگ ۱۸ مثلث را شامل می‌شود ولی مربع کوچک ۴ مثلث را شامل می‌شود، پس:



$$\frac{S_{\text{مربع بزرگ}}}{S_{\text{مربع کوچک}}} = \frac{۱۸\times S_۱}{۴\times S_۱} = \frac{۹}{۲}$$

(سعیدی) (فصل سوم ـ مساحت و کاربردهای آن)