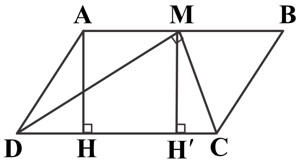
## هندسه ۱

**۱- گزینه «۳» ـ در مثلث DMC داریم:**

$$DC^{۲} = DM^{۲} + MC^{۲}$$




**پس طبق عکس قضیه فیثاغورث، این مثلث قائم‌الزاویه است.**

$$\left.\begin{array}{l} S_{DMC} = \frac{۱}{۲} \times DC \times MH' \\ S_{ABCD} = CD \times AH \end{array}\right\} \xrightarrow{MH'=AH} S_{ABCD} = ۲S_{DMC} \quad (۱)$$

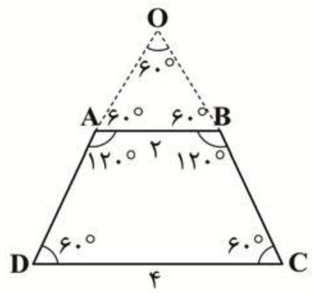
**از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:**

$$S_{DMC} = \frac{۱}{۲} \times MC \times DM = \frac{۱}{۲} \times ۹ \times ۱۲ = ۵۴$$

$$\xrightarrow{(۱)} S_{ABCD} = ۲ \times ۵۴ = ۱۰۸$$

**(فیروزی) (فصل سوم ـ مساحت مثلث متوازی‌الاضلاع) (دشوار)**

**۲- گزینه «۱» ـ با توجه به فرض مسأله:**



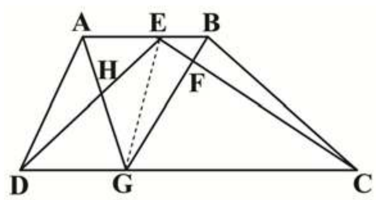

$$\hat{A} = \hat{B} = ۱۲۰° \Rightarrow \hat{C} = \hat{D} = ۶۰°$$ و ABCD ذوزنقه است

**پس مثلث‌های OAB و OCD متساوی‌الاضلاع هستند.**

$$S_{ABCD} = S_{\underset{OCD}{\Delta}} - S_{\underset{OAB}{\Delta}} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}(۴)^{۲} - \frac{\sqrt{۳}}{۴}(۲)^{۲} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}(۱۶ - ۴) = ۳\sqrt{۳}$$

**(فیروزی) (فصل سوم ـ مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع) (متوسط)**

**۳- گزینه «۴» ـ دو نقطه E و G را به هم وصل می‌کنیم.**




EBCG ذوزنقه است. $\Rightarrow S_{\underset{BFC}{\Delta}} = S_{\underset{EFG}{\Delta}} = ۲ \quad (۱)$

فرض: $S_{EFGH} = ۸ \xrightarrow{(۱)} S_{\underset{EGH}{\Delta}} = ۶$

EAGD ذوزنقه است. $\Rightarrow S_{\underset{EHG}{\Delta}} = S_{\underset{AHD}{\Delta}} \Rightarrow S_{\underset{AHD}{\Delta}} = ۶$

**(فیروزی) (فصل سوم ـ مساحت ذوزنقه) (متوسط)**

۴- گزینه «۱» ـ اگر مساحت مثلث S باشد می‌توان نوشت:

$$۲S = ah_a = bh_b = ch_c$$

$$\Rightarrow\ h_a = \frac{۲S}{a}, h_b = \frac{۲S}{b}, h_c = \frac{۲S}{c}$$

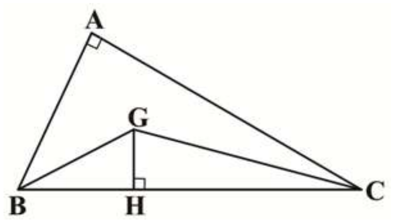
اکنون این تساوی‌ها را در تساوی داده شده قرار می‌دهیم:

$$b(\frac{۲S}{a}) + c(\frac{۲S}{b}) + a(\frac{۲S}{c}) = ۴(\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c})$$

$$\Rightarrow\ ۲S(\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}) = ۴(\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c})$$

پس: $۲S = ۴$ در نتیجه $S = ۲$ (فیروزی) (فصل سوم ـ مساحت مثلث) (متوسط)

۵- گزینه «۴» ـ فرض می‌کنیم G محل برخورد سه میانه باشد، طبق فرض سؤال داریم:




$$S_{BGC} = \frac{۱}{۲} \times BC \times GH = \frac{۱}{۲} \times ۲۴ \times ۳ = ۳۶$$

از طرفی می‌دانیم:

$$S_{ABC} = ۳S_{BGC} = ۳ \times ۳۶ = ۱۰۸$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ قضیه میانه‌ها و مساحت) (متوسط)

۶- گزینه «۱» ـ یک n ضلعی شبکه‌ای حداقل n نقطه مرزی دارد زیرا برای این‌که چند ضلعی شبکه‌ای باشد باید هر n رأس آن روی نقطه شبکه‌ای قرار داشته باشد، ولی مسلماً تعداد نقطه‌های مرزی می‌تواند از n بیش‌تر باشد، زیرا هر ضلع آن می‌تواند شامل چندین نقطه شبکه‌ای دیگر باشد.

(فیروزی) (فصل سوم ـ چندضلعی‌های شبکه‌ای) (آسان)

۷- گزینه «۲» ـ باتوجه به این‌که اضلاع روبه‌رو به زوایای °۳۰ و °۶۰ در یک مثلث قائم‌الزاویه به‌ترتیب $\frac{۱}{۲}$ وتر و $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتر می‌باشند، داریم:

$$\overset{\Delta}{ABC} : \widehat{C} = ۳۰^\circ \ \Rightarrow\ AB = \frac{BC}{۲} \ \Rightarrow\ BC = ۱۲ \ \Rightarrow\ MC = \frac{BC}{۲} = ۶$$

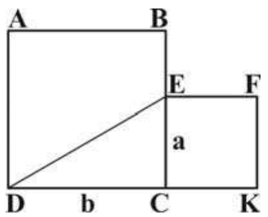
$$\overset{\Delta}{MNC} : \widehat{N} = ۶۰^\circ \ \Rightarrow\ MC = \frac{\sqrt{۳}}{۲}NC \ \Rightarrow\ ۶ = \frac{\sqrt{۳}}{۲}NC \ \Rightarrow\ NC = ۴\sqrt{۳}$$

$$\widehat{C} = ۳۰^\circ \ \Rightarrow\ NM = \frac{۱}{۲}NC \ \Rightarrow\ NM = ۲\sqrt{۳}$$

$$P_{\overset{\Delta}{MNC}} = NC + MC + NM = ۶ + ۴\sqrt{۳} + ۲\sqrt{۳} = ۶ + ۶\sqrt{۳} = ۶(۱ + \sqrt{۳})$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ چندضلعی‌ها ـ چندضلعی‌ها و ویژگی‌های از آن‌ها) (دشوار)

۸- گزینه «۴» ـ طول ضلع‌های مربع EFKC را a و طول ضلع‌های مربع ABCD را b فرض می‌کنیم:




$$\left.\begin{array}{l} S_{EFKC} = a^۲ \\ S_{ABCD} = b^۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \text{مجموع مساحت ها} = a^۲ + b^۲$$

طبق فرض: $a^۲ + b^۲ = ۶۴$، از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه DEC داریم:

$$DE^۲ = DC^۲ + CE^۲ \ \Rightarrow\ DE^۲ = a^۲ + b^۲ \ \Rightarrow\ DE^۲ = ۶۴ \ \Rightarrow\ DE = ۸$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ مساحت و مثلث قائم‌الزاویه) (متوسط)

۹- گزینه «۴» ـ

$$\left.\begin{array}{l} b = ۱۷ \\ i = ۸ \\ S = \frac{b}{۲} + i - ۱ \end{array}\right\} \Rightarrow S = \frac{۱۷}{۲} + ۸ - ۱ \Rightarrow S = ۸/۵ + ۷ = ۱۵/۵$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ درس دوم ـ نقاط شبکه‌ای) (متوسط)

**۱۰- گزینه «۴» ـ ذوزنقه باید دو ضلع موازی داشته باشد، که در این گزینه به آن اشاره‌ای نشده است.** (کتاب همراه علوی) (فصل سوم ـ چهارضلعی‌ها) (آسان)