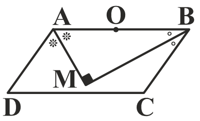
هندسه ۱

۱- گزینه «۱» ـ اگر $AB = ۲BC$ باشد؛ یعنی محل برخورد نیمسازها روی DC قرار می‌گیرد، اگر $AB > ۲BC$ ؛ یعنی محل برخورد نیمسازها بیرون متوازی‌الاضلاع و اگر $AB < ۲BC$ باشد؛ یعنی محل برخورد نیمسازها درون متوازی‌الاضلاع است، در نتیجه M درون متوازی‌الاضلاع است. چون $AB > ۲B$ است.

$$\overset{\Delta}{ABM} : M + \frac{A}{۲} + \frac{B}{۲} = ۱۸۰° \Rightarrow M = ۹۰°$$



پس MO میانه مثلث قائم‌الزاویه $\overset{\Delta}{AMB}$ است:

میانه = نصف وتر

$$MO = \frac{AB}{۲} = \frac{۸}{۲} = ۴$$

(اعرابی) (چندضلعی ـ متوازی‌الاضلاع) (دشوار)

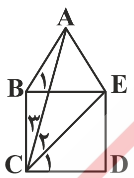
۲- گزینه «۲» ـ می‌دانیم در هر مثلث میانه‌ها مثلث را به ۶ مثلث هم‌مساحت تقسیم می‌کند.

$$S_{AGM''} = S_{GM''C} = S_{GMC} = S_{BGM} = S_{BGM'} = S_{AGB'} = S \Rightarrow \frac{S_{AGB}}{S_{ABC}} = \frac{۲S}{۶S} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

(اعرابی) (نسبت مساحت‌ها) (متوسط)

۳- گزینه «۱» ـ چهارضلعی که از چهار نقطه مذکور می‌گذرد، یک متوازی‌الاضلاع است که در آن قطرها همدیگر را نصف می‌کنند و نسبت تقاطع یک به ۲ است. (اعرابی) (چهارضلعی ـ متوازی‌الاضلاع) (دشوار)

۴- گزینه «۲» ـ مثلث CDE قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، در نتیجه $\hat{C}_۱ = ۴۵°$.



$$\left.\begin{array}{l} AB = BE = AE \\ BE = ED = DC = BC \end{array}\right\} \Rightarrow AB = BC , B_۱ = ۶۰° , B_۲ = ۹۰° \Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{C}_۳ = ۱۵°$$

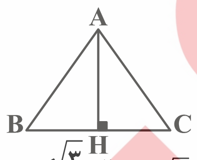
$$\left.\begin{array}{l} C_{۱,۲,۳} = ۹۰° \\ C_۱ = ۴۵° \\ C_۳ = ۱۵° \end{array}\right\} \Rightarrow C_۲ = ۳۰° = x$$

(اعرابی) (چندضلعی ـ مربع) (آسان)

۵- گزینه «۴» ـ

$$AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a = \sqrt{۱۲}$$

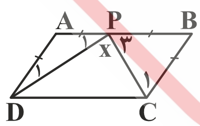
$$\frac{\sqrt{۳}}{۲}a = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow a = ۴$$



$$S = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲ = ۴\sqrt{۳}$$

(اعرابی) (مساحت) (دشوار)

۶- گزینه «۱» ـ



$$AD = AP \Rightarrow \hat{P}_۱ = \hat{D}_۱$$

$$A + ۲P_۱ = ۱۸۰°$$

$$PB = BC \Rightarrow \hat{P}_۳ = \hat{C}_۱ \Rightarrow B + ۲P_۳ = ۱۸۰°$$

$$A + B + ۲(P_۱ + P_۳) = ۳۶۰° \Rightarrow ۲(P_۱ + P_۳) = ۱۸۰°$$

$$P_۱ + P_۳ = ۹۰°$$

(اعرابی) (چندضلعی ـ متوازی‌الاضلاع) (متوسط)

۷- گزینه «۳» ـ

$b =$ تعداد نقطه‌های مرزی

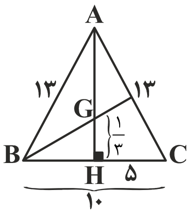
$i =$ تعداد نقطه‌های درونی

$b = i$

$$S = \frac{b}{۲} + i \Rightarrow ۲۰ = \frac{b}{۲} + b - ۱ \Rightarrow \frac{۳}{۲}b = ۲۱ \Rightarrow ۳b = ۴۲ \Rightarrow b = ۱۴$$

(اعرابی) (چندضلعی شبکه‌ای) (متوسط)

۸- گزینه «۳» ـ AH در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ میانه است.

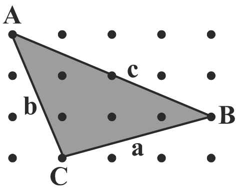


$$AG = \frac{۲}{۳}AH \Rightarrow AG = \frac{۲}{۳} \times ۱۲ = ۸$$

$AG = \frac{۲}{۳}$ طول میانه ، $GH = ۱۲ - ۸ = ۴$

(اعرابی) (مثلث متساوی‌الساقین) (متوسط)

۹- گزینه «۳» ـ



$$AB = \sqrt{۲^۲ + ۴^۲} = \sqrt{۲۰}$$

$$BC = \sqrt{۳^۲ + ۱} = \sqrt{۱۰}$$

$$AC = \sqrt{۳^۲ + ۱} = \sqrt{۱۰}$$

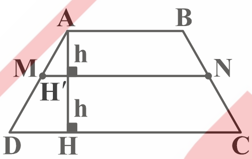
عکس فیثاغورس : $AB^۲ = BC^۲ + AC^۲$

ABC قائم‌الزاویه در رأس C است.

$$h_c = \frac{ab}{c} = \frac{\sqrt{۱۰} \times \sqrt{۱۰}}{\sqrt{۲۰}} = \frac{۱۰}{\sqrt{۲۰}} = \frac{۱۰}{۲\sqrt{۵}} = \sqrt{۵}$$

(کتاب همراه علوی) (نقاط شبکه‌ای) (آسان)

۱۰- گزینه «۲» ـ در ذوزنقه $ABCD$ نقاط M و N وسط‌های **دو ساق هستند**، پس بنابر قضیه میان خط در ذوزنقه $MN = \frac{AB + DC}{۲}$ و اگر ارتفاع AH را رسم کنیم، آن‌گاه $AH' = HH' = h$ ، بنابر فرض سؤال:



$$\frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۲}h(AB + MN)}{\frac{۱}{۲}h(MN + DC)} = \frac{۳}{۵}$$

$$۵AB + ۵MN = ۳MN + ۳DC \Rightarrow ۵AB - ۳DC = -۲\frac{(AB + DC)}{۲}$$

$$۶AB = ۲DC \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{۱}{۳}$$

(سراسری ریاضی ـ ۹۸) (چندضلعی ـ ذوزنقه) (دشوار)