

ریاضی ۱

۱- گزینه «۴» - ابتدا ۴ مهره زرد را به ۴! حالت کنار هم قرار می‌دهیم پس در سه مکان موجود در بین مهره‌های زرد، مهره‌های آبی را به ۳! طریق می‌چینیم، بنابراین: $4! \times 3! = 144$ (یادگاری) (فصل ششم - درس اول - جایگشت)

۲- گزینه «۳» - هر مسافر مستقل از مسافر دیگر از قطار پیاده می‌شود بنابراین طبق اصل ضرب تعداد کل حالت‌ها می‌شود 2^8 یعنی ۲۵۶ که دو حالت قابل قبول نیست یکی حالتی که همه در ایستگاه اول پیاده شوند و دیگری حالتی که همه در ایستگاه دوم پیاده شوند. پس داریم:

$$256 - 2 = 254 \quad (\text{یادگاری}) \quad (\text{فصل ششم} - \text{درس دوم} - \text{شمارش})$$

۳- گزینه «۱» -

$$R = \frac{6!}{2!} - 5! = 240 \quad \Rightarrow \quad R : 5! = 5! \quad \text{ها کنار هم نباشند} \quad \Rightarrow \quad R : 5! = 5! \quad \text{ها کنار هم باشند} : \frac{6!}{2!} \quad \text{تعداد کل جایگشت‌ها}$$

(یادگاری) (فصل ششم - درس دوم - جایگشت)

۴- گزینه «۲» - هر نفر می‌تواند سه حالت داشته باشد (طلا - نقره - برتر)

$$\text{تعداد برندگان} : \binom{8}{3} = \frac{8!}{3! \times 5!} = 56$$

$$56 \times 3! = 56 \times 6 = 336$$

(یادگاری) (فصل ششم - درس سوم - ترکیب)

۵- گزینه «۱» -

$$\binom{6}{3} \times \binom{3}{3} = 20$$

(یادگاری) (فصل ششم - درس سوم - ترکیب)

۶- گزینه «۳» - جایگاه اول که فقط ۱ می‌تواند باشد برای هر یک از شش جایگاه بعدی ۲ حالت وجود دارد بنابراین:

$$1 \times 2^6 = 64$$

(یادگاری) (فصل ششم - درس اول - شمارش بدون شمردن)

۷- گزینه «۴» -

رقم یکان < رقم دهگان < رقم صدگان: شرط

۶ و ۸ نمی‌توانند رقم صدگان می‌باشند پس فقط ۲ یا ۴ می‌تواند رقم صدگان باشد.

$$\frac{2}{(4 \text{ یا } 2)} \times \frac{3 \text{ یا } 2}{(6 \text{ یا } 4)} \times \frac{2}{(8) \text{ یا } (6)} = \begin{cases} 2 \times 3 \times 2 = 12 \\ 2 \times 2 \times 1 = 4 \end{cases} \rightarrow 16$$

(یادگاری) (فصل ششم - درس اول - شمارش بدون شمردن)

۸- گزینه «۳» -

$$\binom{2}{1} \times \binom{6}{1} \times \binom{6}{2} = 2 \times 6 \times 15 = 180$$

(یادگاری) (فصل ششم - ترکیب)

۹- گزینه «۲» - مجموعه حروف کلمه مورد نظر یکی از حالات زیر می‌تواند باشد:

$$1) e, e, d, d \quad 2) e, e, d, c \quad 3) e, d, d, d \quad 4) e, d, d, c \quad 5) d, d, d, c$$

در هر یک از حالات فوق تعداد کلمات ساخته شده به ترتیب برابر با ۶, ۱۲, ۴, ۱۲, ۴ است که در مجموع می‌شود ۳۸.

(یادگاری) (فصل ششم - درس اول - شمارش)

۱۰- گزینه «۱» - سه نفر اول را دقیقاً از هر سه رشته و دو نفر بعد را از تمام رشته‌ها انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{5}{1} \times \binom{6}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{11}{2} = 5 \times 6 \times 3 \times 55 = 4950$$

(یادگاری) (فصل ششم - درس سوم - ترکیب)

۱۱- گزینه «۳» - هر یک از جوایز مستقل از یکدیگر می‌توانند سهم نفر اول یا دوم شوند تعداد کل حالات پخش ۵ جایزه ۲۵ است که در یک حالت

هر جوایز به نفر اول و در یک حالت همه جوایز به نفر دوم می‌رسد که با کسر این دو حالت جواب مطلوب است. $32 - 2 = 30$

(یادگاری) (فصل ششم - درس اول - شمارش بدون شمردن)

۱۲- گزینه «۲» - چون حروف تکراری داریم تعداد کلمات ۶ حرفی با حروف داده شده: $\frac{6!}{3!2!} = 60$ بنابراین تعداد کلمات ۵ حرفی با حروف داده

شده نیز چنین است. (یادگاری) (فصل ششم - درس سوم - ترکیب)

۱۳- گزینه «۲» -

$$\frac{n!}{6!(n-6)!} = 2 \times \frac{n!}{5!(n-5)!} \Rightarrow \frac{5!(n-5)!}{6!(n-6)!} = 2$$

$$\frac{n-5}{6} = 2 \Rightarrow n-5 = 12 \Rightarrow n = 17$$

(یادگاری) (فصل ششم - درس سوم - ترکیب)

۱۴- گزینه «۴» -

$$\binom{4}{1} \times \binom{4}{1} \times 5 \times 4 \times 3 = 960$$

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۴ با تغییر) (فصل ششم - درس اول - شمارش بدون شمردن)

۱۵- گزینه «۴» -

$$P(n, 4) = \frac{n!}{(n-4)!} \Rightarrow \frac{P(n, 4)}{C(n-1, 4)} = \frac{4!n!(n-5)!}{(n-4)!(n-1)!} = \frac{4! \times n}{n-4} = 26 \Rightarrow 26n - 104 = 24n \Rightarrow n = 52$$

(سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۴ با اندکی تغییر) (فصل ششم - درس سوم - ترکیب)

۱۶- گزینه «۲» - برای تابع بودن از هر عضو A می توان به عنصر B رفت بنابراین داریم:

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

نکته: به طور کلی m^n تابع از یک مجموعه n عضوی به یک مجموعه m عضوی وجود دارد. (یادگاری) (فصل ششم - درس اول - شمارش بدون شمردن)

۱۷- گزینه «۱» -

$$\text{سوال ۳ از سوال ۵ اول و ۳ سوال ۷ از سوال ۷ بعدی: } \binom{5}{3} \times \binom{7}{3} = 350$$

$$\text{سوال ۴ از سوال ۵ اول و ۲ سوال ۷ از سوال ۷ بعدی: } \binom{5}{4} \times \binom{7}{2} = 105 \xrightarrow{\text{طبق اصل جمع}} 350 + 105 + 7 = 462$$

$$\text{سوال ۵ از سوال ۵ اول و ۱ سوال ۷ از سوال ۷ بعدی: } \binom{5}{5} \times \binom{7}{1} = 7$$

(یادگاری) (فصل ششم - درس اول - شمارش بدون شمردن)

۱۸- گزینه «۴» -

$$5 \times 3 = 15 \text{ : طبق اصل ضرب}$$

(یادگاری) (فصل ششم - درس اول - شمارش بدون شمردن)

۱۹- گزینه «۲» - اگر آن کلمه را به صورت

--	--	--	--

 نمایش دهیم، خانه سمت چپ به ۵ طریق، خانه وسط به ۴ طریق و خانه آخر به ۳ طریق پر می شود.

$$5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ : اصل ضرب}$$

(یادگاری) (فصل ششم - درس اول - شمارش بدون شمردن)

۲۰- گزینه «۱» -

$$\text{نکته: } \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k} \Rightarrow n + (2n-5) = 10$$

$$3n - 5 = 10 \Rightarrow 3n = 15 \Rightarrow n = 5$$

(یادگاری) (فصل ششم - درس سوم - ترکیب)