

ریاضی و آمار

۱- گزینه «۲» - با استفاده از رابطه مجموع n جمله اول دنباله حسابی داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$n = 18, a_1 + a_{18} = -12$$

$$S_{18} = \frac{18}{2}(-12) = -108$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - مجموع n جمله اول دنباله حسابی) (متوسط)

۲- گزینه «۴» - اعداد زوج از ۴۲ تا ۹۰ به صورت زیر هستند:

$$42, 44, 46, \dots, 90$$

این اعداد با هم تشکیل یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک ۲ می‌دهند. ابتدا تعداد این جملات را به دست می‌آوریم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 90 = 42 + (n-1) \times 2 \Rightarrow 2n - 2 = 48 \Rightarrow n = 25$$

با استفاده از یکی از رابطه‌های زیر مجموع را به دست می‌آوریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \text{ یا } S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

با استفاده از رابطه اول داریم:

$$S_{25} = \frac{25}{2}(42 + 90) = 1650$$

(سراسری - ۹۷ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - درس ۲ - مجموع n جمله اول دنباله حسابی) (متوسط)

۳- گزینه «۱» - جمله nام یک دنباله هندسی از رابطه $a_n = a_1 r^{n-1}$ به دست می‌آید:

$$a_6 = (-8) \left(\frac{1}{3}\right)^{6-1} \Rightarrow a_6 = (-8) \left(\frac{1}{3}\right)^5 = (-8) \left(\frac{1}{243}\right) = -\frac{8}{243}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - دنباله هندسی) (آسان)

۴- گزینه «۳» - از رابطه $a_{n+1} = \frac{1}{5} a_n$ نتیجه می‌گیریم a_n یک دنباله هندسی با نسبت

مشترک، $r = \frac{1}{5}$ است. با استفاده از جمله mام دنباله هندسی، $a_n = a_1 r^{n-1}$ داریم:

$$\frac{a_9}{a_7} = \frac{a_1 r^8}{a_1 r^6} = \frac{r^8}{r^6} = r^{8-6} = r^2 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - دنباله هندسی) (متوسط)

۵- گزینه «۲» - هرگاه a و b و c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، داریم:

$$b^2 = a \times c \text{ که } b \text{ را واسطه هندسی میان } a \text{ و } c \text{ می‌نامند.}$$

$$x-2, x+1, x+3 \Rightarrow (x+1)^2 = (x-2)(x+3) \Rightarrow$$

$$x^2 + 2x + 1 = x^2 + x - 6 \Rightarrow x = -7$$

بنابراین جملات دنباله به صورت زیر هستند:

$$-7-2, -7+1, -7+3 \Rightarrow -9, -6, -4 \Rightarrow r = \frac{-6}{-9} = \frac{2}{3} \text{ یا } r = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - دنباله هندسی) (متوسط)

۶- گزینه «۴» -

$$\begin{cases} a_n = a_1 r^{n-1} \\ a_4 = -9 \Rightarrow \frac{a^4}{a^1} = \frac{r^4}{r^1} = -\frac{1}{27} = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow \\ a_7 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\frac{a_7 r^6}{a_1 r^3} = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow r^3 = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow r = -\frac{1}{3}$$

$$\text{از } a_4 = -9 \Rightarrow a_1 r^3 = -9 \Rightarrow a_1 \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -9 \Rightarrow$$

$$a_1 = \frac{-9}{\left(-\frac{1}{3}\right)^3} \Rightarrow a_1 = 27 \times 9 = 3^3 \times 3^2 = 3^5$$

$$\text{از } a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow -\frac{1}{81} = 3^5 \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$$

$$-\frac{1}{3^4} = 3^5 \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow -\frac{1}{3^4} \times \frac{1}{3^5} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^9 = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow n-1=9 \Rightarrow n=10$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - دنباله هندسی) (دشوار)

۷- گزینه «۲» - مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_n = a \times \frac{1-r^n}{1-r}$$

$$S_6 = (-3) \times \frac{1-(2)^6}{1-2} \Rightarrow S_6 = (-3) \times \frac{1-64}{-1} = -189$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - مجموع n جمله اول دنباله هندسی) (آسان)

۸- گزینه «۱» -

$$a = 486, r = \frac{1}{3}, a_n = 6$$

تعداد کل جملات دنباله

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow 6 = 486 \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{81} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 \Rightarrow n-1=4 \Rightarrow n=5$$

$$S_n = a \frac{1-r^n}{1-r} \Rightarrow S_5 = 486 \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^5}{1-\frac{1}{3}} =$$

$$486 \times \frac{1-\frac{1}{243}}{\frac{2}{3}} = 486 \times \frac{\frac{242}{243}}{\frac{2}{3}} = 486 \times \frac{242 \times 3}{243 \times 2} \Rightarrow S_5 = 726$$

(سراسری خارج از کشور - ۹۸ با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - مجموع n جمله اول دنباله هندسی) (دشوار)

۹- گزینه «۲» - ابتدا نسبت مشترک را حساب می‌کنیم:

$$r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 2$$

حال تعداد جملات را به دست می‌آوریم:

$$16 = \frac{1}{4} (r)^{n-1} \Rightarrow 2^{n-1} = 64 = 2^6 \Rightarrow n-1=6 \Rightarrow n=7$$

$$S_n = a \frac{1-r^n}{1-r} \Rightarrow S_7 = \frac{1}{4} \frac{1-(2)^7}{1-2} = \frac{1}{4} \frac{1-128}{-1} = \frac{127}{4}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - مجموع n جمله اول دنباله هندسی) (متوسط)

۱۰- گزینه «۳» -

$$S_n = a \frac{1-r^n}{1-r} \Rightarrow -155 = a \frac{1-\left(\frac{1}{5}\right)^3}{1-\frac{1}{5}}$$

$$-155 = a \frac{1-\frac{1}{125}}{\frac{4}{5}} = a \frac{\frac{124}{125}}{\frac{4}{5}} \Rightarrow -155 = a \frac{124 \times 5}{125 \times 4} \Rightarrow$$

$$a = \frac{-155 \times 25}{31} = -125$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - مجموع n جمله اول دنباله هندسی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۱» - اگر وزن شهاب سنگ به طور متوالی ۶۰ درصد کاهش پیدا کند؛ یعنی با یک

دنباله هندسی روبه‌رو هستیم، r را به دست می‌آوریم:

$$r = 100\% - 60\% = 40\%$$

$$a = 25000$$

$$a_n = a_1 r^{n-1} \Rightarrow a_4 = 25000 \left(\frac{40}{100}\right)^{4-1} = 16000$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - دنباله هندسی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۴» -

$$a_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^{n-2} \xrightarrow{n=1} a_1 = -\left(\frac{1}{2}\right)^{1-2} = -2$$

$$n=2 \Rightarrow a_2 = -\left(\frac{1}{2}\right)^{2-2} = -1 \Rightarrow r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

$$S_n = a \frac{1-r^n}{1-r} \Rightarrow S_7 = -2 \times \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^7}{1-\frac{1}{2}} = -2 \times \frac{1-\frac{1}{128}}{\frac{1}{2}} = -2 \times \frac{127}{128} \times \frac{1}{2}$$

$$S_7 = \frac{-127}{32}$$

(اکبری) (پایه دوازدهم - فصل سوم - درس ۱ - مجموع n جمله اول دنباله هندسی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

$$D_f = \{-1, 2, 1\}, D_g = \{2, 1, -3\}$$

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \{1, 2\} \Rightarrow f : (1, -1), (2, -3)$$

$$g : (1, -2), (2, 1) \Rightarrow (f \times g)(1) = f(1) \times g(1) = 2$$

$$(f \times g)(2) = f(2) \times g(2) = -3$$

$$f \times g = \{(1, 2), (2, -3)\}$$

(کبری) پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع (آسان)

۱۴- گزینه «۳» -

$$D_{\frac{f}{g}} = D_g \cap D_f - \{x \mid f(x) = 0\}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{2\}, D_g = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{1\} \cap \mathbb{R} - \{2\} - \{\emptyset\} = \mathbb{R} - \{1, 2\}$$

(کبری) پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع (متوسط)

۱۵- گزینه «۲» -

$$f(x) = \text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

از نمودار $f + g$ نتیجه می‌گیریم که قسمت بالای نمودار تابع $x + 1$ را به ازای $x > 0$ و قسمت پایین نمودار تابع $x - 1$ را به ازای $x < 0$ نشان می‌دهد.

$$(f + g)(x) = \begin{cases} x + 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ x - 1 & x < 0 \end{cases}$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$x > 0 : x + 1 = 1 + g(x) \Rightarrow g(x) = x$$

$$x < 0 : x - 1 = 1 + g(x) \Rightarrow g(x) = x \Rightarrow g(x) = x$$

$$x = 0 : 0 = 0 + g(x) \Rightarrow g(x) = 0$$

(کبری) پایه یازدهم - فصل دوم - درس ۳ - اعمال بر روی توابع (دشوار)

۱۶- گزینه «۴» - طبق مطالب کتاب درسی صفحه ۵۹، در نمودار شاخص بهای کالاها و خدمات محور طول نشان‌دهنده سال و محور عرض‌ها نشان‌دهنده عدد شاخص است، بنابراین گزینه «۴» نادرست است.

(کبری) پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۱ - شاخص‌های آماری - شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی (آسان)

۱۷- گزینه «۱» - خط فقر کمیته درآمدی است که برای زندگی یک نفر در یک ماه مورد نیاز است. خط فقر برابر است با نصف میانگین یا نصف میانه درآمد ماهانه افراد جامعه، بنابراین خط فقر با استفاده از میانگین (a)، ۴ برابر و خط فقر با استفاده از میانه (b) نیز ۴ برابر می‌شود.

(سراسری - ۱۴۰۱ با تغییر) پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۱ - شاخص‌های آماری - خط فقر (متوسط)

۱۸- گزینه «۳» -

$$100 \times \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} = \text{نرخ بیکاری}$$

$$\text{تعداد شاغلین} + \text{تعداد بیکاران} = \text{جمعیت فعال}$$

$$\text{تعداد شاغلین} = 125 + 1200 = 1325$$

اگر تعداد شغل‌های جدید را x فرض کنیم، تعداد بیکاران جدید برابر $125 - x$ خواهد بود:

$$8 = \frac{125 - x}{1325} \times 100 \Rightarrow 8 \times 1325 = 12500 - 100x \Rightarrow x = 19$$

(سراسری - ۹۸ با تغییر) پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۱ - شاخص‌های آماری - نرخ بیکاری (دشوار)

۱۹- گزینه «۴» -

$$100 \times \frac{\text{شاخص بها در سال قدیم} - \text{شاخص بها در سال جدید}}{\text{شاخص بها در سال قدیم}} = \text{درصد تورم}$$

$$\text{درصد تورم} = \frac{75 - 48}{48} \times 100 = 56.25$$

(کبری) پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۱ - شاخص‌های آماری - نرخ تورم (متوسط)

۲۰- گزینه «۲» -

$$[100 / 4] \times (\text{میانگین تعداد کلمات در هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار}) = \text{شاخص پایه آموزش}$$

$$100 = [100 / 4] = [100 / 4] \times (22 + 4) = \text{شاخص پایه آموزش}$$

(کتاب درسی با تغییر) پایه یازدهم - فصل سوم - درس ۱ - شاخص‌های آماری - شاخص پایه آموزش (متوسط)