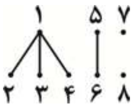
گسسته

۱- گزینه «۴» ـ در گزینه «۴» به‌دست می‌آید $n = ۸$ و $\Delta = ۳$ بنابراین باید $\gamma_{(G)} = \left\lceil \frac{۸}{۴} \right\rceil = ۲$ امّا در این گراف $\gamma_{(G)}$ نمی‌تواند برابر ۲ باشد، زیـرا

با نامگذاری این گراف به‌صورت زیر یک مجموعه احاطه‌گر مینیمم برای آن $\{۱, ۵, ۷, ۸\}$ 

است. پس در این گـراف $\gamma_{(G)} = ۴$ در

نتیجه $\gamma_{(G)} \neq \left\lceil \frac{n}{\Delta + ۱} \right\rceil$ (هویدی) (فصل دوم ـ درس دوم)

۲- گزینه «۲» ـ ابتدا هر دو حرف یکسان را با هم یکی در نظر می‌گیریم:

$\boxed{Aa}$ $\boxed{Bb}$ $\boxed{Cc}$

جایگشت این‌ها می‌شود !۳. امّا هر دو حرف یکسان می‌توانند با هم جابه‌جا شوند. پس !۳ باید در $۸ = ۲^۳$ ضرب شود. یعنی جواب می‌شود $۳! \times ۸$. (هویدی) (فصل سوم ـ درس اول)

۳- گزینه «۴» ـ اندازه نمونه ۳۰۰ است و درصد حجم نمونه از جامعه به‌صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{۳۰۰}{۱۰۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۳$$

(هویدی) (پایه دهم ـ فصل هفتم ـ درس دوم ـ جامعه و نمونه)

۴- گزینه «۲» ـ در بین ارقام داده شده دو رقم ۲ و ۴ زوج هستند. در دو حالت باید مسئله را حل کنیم.

حالت (۱): رقم شروع ۲ باشد. با قراردادن رقم ۲ در سمت چپ عدد، می‌ماند ۲ تا یک، ۲ تا دو، ۴ تا سه، و یک رقم ۴. و جایگشت‌های این ارقام به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\frac{۹!}{۲!۲!۴!}$$

حالت (۲): رقم شروع ۴ باشد. با قراردادن رقم ۴ در سمت چپ عدد، می‌ماند ۲ تا یک، ۳ تا دو، ۴ تا سه و جایگشت‌های این ارقام به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\frac{۹!}{۲!۳!۴!}$$

اکنون برای جواب مسئله باید این دو را با هم جمع کنیم.

$$\frac{۹!}{۲!۲!۴!}+\frac{۹!}{۲!۳!۴!}=\frac{۹!}{۲!۴!}\left(\frac{۱}{۲!}+\frac{۱}{۳!}\right)=\frac{۹!}{۲!۴!}\left(\frac{۴}{۳!}\right)=\frac{۹!}{۲!(۳!)^{۲}}$$

(هویدی) (فصل سوم ـ درس اول)

۵- گزینه «۴» ـ توجه کنید که در اینجا فقط ۸ نفر از ۱۵ نفر داخل تیم‌ها قرار می‌گیرند، پس ابتدا ۸ نفر از ۱۵ نفر را انتخاب می‌کنیم. این کار را به $\binom{15}{8}$ طریق می‌توانیم انجام دهیم. اکنون این ۸ نفر را باید به دو تیم ۳ نفره و یک تیم ۲ نفره تقسیم کنیم.

برای این عمل ۳ نفر از ۸ نفر، سپس ۳ نفر دیگر از ۵ نفر باقی‌مانده انتخاب می‌کنیم. در نهایت ۲ نفری که باقی می‌مانند هم در تیم ۲ نفره قرار می‌دهیم. این عمل ظاهراً به $\binom{8}{3}\times\binom{5}{3}$ طریق انجام می‌شود. دقت کنید که این دو تیم ۳ نفره را اگر با یکدیگر جابه‌جا کنیم هیچ تغییری در جایگشت ایجاد نمی‌شود پس تعداد این انتخاب‌ها را باید در $\frac{1}{2!}$ ضرب کنیم. یعنی:

تعداد انتخاب دو تیم ۳ نفره و یک تیم ۲ نفره از بین ۸ نفر $= \frac{1}{2!}\times\binom{8}{3}\times\binom{5}{3}$

در نهایت جواب این مسئله به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\binom{15}{8}\times\frac{1}{2!}\times\binom{8}{3}\binom{5}{3}=\frac{15!}{8!7!}\times\frac{1}{2!}\times\frac{8!}{3!\times5!}\times\frac{5!}{3!\times2!}=\frac{15!}{(2!)^2(3!)^2(7!)}$$

(هویدی) (فصل سوم ـ درس اول)

۶- گزینه «۴» ـ شکل این معادله به‌صورت زیر است:

$$x_1+x_2+x_3=10 \Rightarrow x_1\ge1 ، x_2\ge2 ، x_3\ge3$$

اگر بخواهیم برای این معادله مسئله‌ای شبیه‌سازی کنیم مانند این است که می‌خواهیم ۱۰ هدیه را بین سه نفر به‌نام‌های x_1 ، x_2 , x_3 توزیع کنیم، به‌طوری که به x_1 حداقل ۱ هدیه، به x_2 حداقل ۲ هدیه و به x_3 حداقل ۳ هدیه برسد. برای این کار، ابتدا به x_1 یک هدیه به x_2، دو هدیه و به x_3، سه هدیه می‌دهیم. می‌ماند $10-(3+2+1)=4$ هدیه. اکنون این ۴ هدیه را باید بین سه نفر تقسیم کنیم. دراین‌حالت می‌توان به شخص خاصی هدیه ندهیم. تعداد این حالت‌ها می‌شود تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1+x_2+x_3=4$ که برابر است با $15=\binom{6}{2}=\binom{4+3-1}{3-1}$ (هویدی) (فصل سوم ـ درس اول)

۷- گزینه «۲» ـ در روش متمم احتمال دیدیم $P(A')=1-P(A)$ یعنی:

P (دست کم عدد روی یک تاس فرد باشد) $=1-P$ (هیچ تاسی عدد فرد نیاید)

$=1-P$ (هر سه عدد ظاهر شده زوج باشند) $=1-\frac{3\times3\times3}{6\times6\times6}=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

(هویدی) (فصل دوم ـ درس اول)

۸- گزینه «۲» ـ پیشامدهای A و B را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

A: پیشامد اینکه عدد انتخابی بر ۲ بخش‌پذیر باشد.

B: پیشامد اینکه عدد انتخابی بر ۳ بخش‌پذیر باشد.

بنابراین مسئله باید $P(A-B)$ را به‌دست آوریم:

$$P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{\left\lfloor\frac{100}{2}\right\rfloor}{100}-\frac{\left\lfloor\frac{100}{6}\right\rfloor}{100}=\frac{50}{100}-\frac{16}{100}=0/5-0/16=0/34$$

(هویدی) (فصل دوم ـ درس اول)

۹- گزینه «۳» ـ فرض کنید $P(a)=x$. به‌دست می‌آید:

$$p(b)=\frac{x}{2} ، p(c)=\frac{x}{3} ، p(d)=\frac{x}{4}$$

چون $p(S)=1$ پس:

$$p(a)+p(b)+p(c)+p(d)=1$$

$$x+\frac{x}{2}+\frac{x}{3}+\frac{x}{4}=1 \Rightarrow (\frac{12+6+4+3}{12})x=1 \Rightarrow \frac{25}{12}x=1 \Rightarrow x=\frac{12}{25}$$

یعنی $p(a)=\frac{12}{25}$. (هویدی) (فصل دوم ـ درس دوم)

۱۰- گزینه «۳» ـ می‌نویسیم:

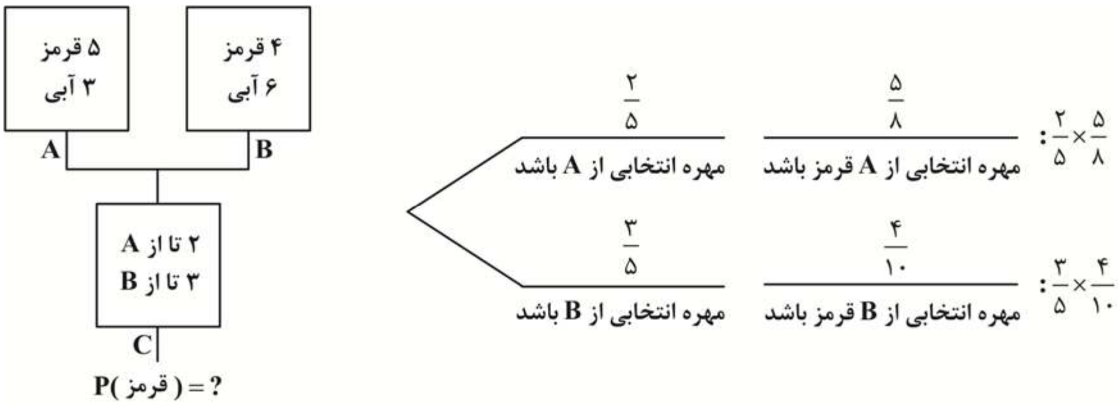
$$P(A\,|\,B)=۰/۴ \Rightarrow \frac{P(A\cap B)}{P(B)}=۰/۴ \Rightarrow \frac{P(A\cap B)}{۰/۵}=۰/۴$$

یعنی $P(A\cap B)=۰/۲$. اکنون به‌دست می‌آید:

$$P(A'\,|\,B')=\frac{P(A'\cap B')}{P(B')}=\frac{۱-P(A\cup B)}{۱-P(B)}=\frac{۱-[P(A)+P(B)-P(A\cap B)]}{۱-P(B)}=\frac{۱-[۰/۳+۰/۵-۰/۲]}{۱-۰/۵}=\frac{۰/۴}{۰/۵}=\frac{۴}{۵}=۰/۸$$

(هویدی) (فصل دوم ـ درس سوم)

۱۱- گزینه «۱» ـ از شکل روبه‌رو استفاده می‌کنیم. نمودار درختی زیر را رسم می‌کنیم و محاسبات را روی آن می‌نویسیم:



در نهایت می‌نویسیم:

P (مهره انتخابی از C قرمز باشد) $=\frac{۲}{۵}\times\frac{۵}{۸}+\frac{۳}{۵}\times\frac{۴}{۱۰}=\frac{۴۹}{۱۰۰}$

(هویدی) (فصل دوم ـ درس سوم)

۱۲- گزینه «۳» ـ این سه نفر را A، B و C می‌نامیم و احتمال قبولی آن‌ها را با $P(A)$، $P(B)$ و $P(C)$ می‌نامیم. با توجه به‌صورت مسئله می‌نویسیم (دقت کنید که A، B و C دو به دو مستقل هستند)

P (قبولی فقط یک نفر) $=P(A\cap B'\cap C')+P(A'\cap B\cap C')+P(A'\cap B'\cap C)$

$=P(A)P(B')P(C')+P(A')P(B)P(C')+P(A')P(B')P(C)$

$=۰/۶\times۰/۳\times۰/۱+۰/۴\times۰/۷\times۰/۱+۰/۴\times۰/۳\times۰/۹=۰/۰۱۸+۰/۰۲۸+۰/۱۰۸=۰/۱۵۴$

(هویدی) (فصل دوم ـ درس چهارم)