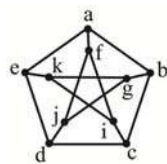


ریاضیات گسسته

۱- گزینه «۴» - گراف شکل زیر که به گراف پترسن مشهور است دارای ۱۰ مجموعه احاطه‌گر مینیمم دارد و اعداد احاطه‌گری آن ۳ است.



$\{a, j, i\} - \{e, i, g\} - \{d, g, f\} - \{c, f, k\} - \{b, k, j\} - \{i, d, b\} - \{j, e, c\}$
 $-\{k, d, a\} - \{f, e, b\} - \{g, a, c\}$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل دوم - گراف احاطه‌گر مینیمم) (متوسط)

۲- گزینه «۲» - هر مجموعه احاطه‌گر مینیمم، مینمال هم می‌باشد و چون در گراف P_n عدد

احاطه‌گری $\left[\frac{n}{2}\right]$ است. پس در گراف P_{12} عدد احاطه‌گری $= 4 = \left[\frac{12}{2}\right]$ است، بنابراین حداقل تعداد عضوهای مجموعه مینیمال گراف P_{12} برابر ۴ است.

در گراف P_n ، حداکثر تعداد عضوهای یک مجموعه مینمال $\left[\frac{n}{2}\right]$ است که در گراف P_{12} برابر ۶ است. (کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل دوم - گراف احاطه‌گر مینیمم) (متوسط)

۳- گزینه «۳» - از ۵ رقم مجموعه A به $\binom{5}{4}$ طریق می‌توان ۴ عضو انتخاب کرد و از ۳ رقم

مجموعه B به $\binom{3}{1}$ طریق می‌توان یک عضو انتخاب کرد و ۵ عضو انتخابی را به ۵! حالت می‌توان صف کرد که بنا به اصل ضرب داریم:

$$\binom{5}{4} \binom{3}{1} \times 5! = 5 \times 3 \times 120 = 1800$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل دوم - گراف احاطه‌گر مینیمم) (متوسط)

۴- گزینه «۳» -

$$|S| = \frac{6!}{2! \times 2!} = 180$$

می‌دانیم رقم صفر در ابتدای عدد قرار نمی‌گیرد پس تعداد اعداد ۶ رقمی که صفر در اول باشد را محاسبه می‌کنیم.

$$|A'| = 1 \times \frac{5!}{2! \times 2!} = 30$$

$$|A| = |S| - |A'| = 180 - 30 = 150$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل سوم - ترکیبات) (متوسط)

۵- گزینه «۱» - اگر تعداد کتاب‌هایی که به نفرات اول تا چهارم می‌رسد به ترتیب X_1 و X_2

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 = 6$$

و X_4 باشد داریم:

تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله فوق از رابطه $\binom{n-1}{n-k}$ بدست می‌آید.

$$\binom{n-1}{k-1} = \binom{5}{3} = 10$$

(کتاب درسی با تغییر) (پایه دوازدهم - فصل سوم - توزیع n شی یکسان) (متوسط)

۶- گزینه «۱» - چون $\frac{4}{x_1}$ باید عدد طبیعی باشد پس $x_1 \in \{1, 2, 4\}$ است و چون $\sqrt{x_1} \in \mathbb{N}$

بنابراین فقط $x_1 \in \{1, 4\}$

$$x_1 = 1 \Rightarrow 1 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{4}{1} \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = 3$$

$$\text{غ ق ق} = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{3+3-1}{3-1} = \binom{5}{2} = 10$$

$$x_1 = 4 \Rightarrow 2 + x_2 + x_3 + x_4 = \frac{4}{4} \Rightarrow x_2 + x_3 + x_4 = -1 \text{ غ ق ق}$$

پس تعداد جواب‌ها همان ۱۰ حالت است (فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل سوم - توزیع n شی یکسان) (دشوار)

۷- گزینه «۲» - هر جمله از این بسط به صورت $x^\alpha \cdot y^\beta \cdot z^\gamma \cdot t^\theta$ است که $\alpha + \beta + \gamma + \theta = 12$ است و چون فاقد x است $\alpha = 0$ و حداقل توان y برابر ۴ است یعنی $\beta \geq 4$.

$$\beta + \gamma + \theta = 12 \quad \beta \geq 4$$

$$\text{تعداد جواب} = \binom{n+k-1-f}{k-1} = \binom{12+3-1-4}{3-1} = \binom{10}{2} = 45$$

(فرهمندیور) (پایه دوازدهم - فصل سوم - توزیع n شی یکسان) (دشوار)

۸- گزینه «۱» - سربازها به ۵! حالت کنار هم قرار می‌گیرند و بین آنها ۶ فضا به وجود آمده

که به $\binom{6}{3}$ حالت می‌توان ۳ فضا را انتخاب کرد و ۳ افسر را در این فضاها صف کرد.

$$5! \times \binom{6}{3} \times 3! = 120 \times 20 \times 6 = 14400$$

(فرهمندیور) (پایه دهم - فصل ششم - جایگشت) (آسان)

$$\bar{x} = \frac{8+4+10+6+12+6}{6} = 8 \quad \text{گزینه «۱» -}$$

تعداد انتخاب‌های ۲ عضوی از این مجموعه برابر ۱۵ است $n(s) = \binom{6}{2} = 15$

مجموعه‌های ۲ عضوی که دارای میانگین ۸ هستند عبارتند از $\{10, 6\}$ و $\{4, 12\}$ و $\{8, 8\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{15} = 0.2 \quad \text{است که } n(A) = 3$$

(فرهمندیور) (پایه یازدهم - فصل چهارم - برآورد نقطه‌ای) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» -

$$\bar{x} = \frac{5+7+7+8+10+11}{6} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^6 (\bar{x} - x_i)^2}{n} = \frac{(8-5)^2 + (8-7)^2 + (8-7)^2 + (8-8)^2 + (8-10)^2 + (8-11)^2}{6}$$

$$= \frac{9+1+1+0+4+9}{6} \Rightarrow \sigma^2 = 4 \Rightarrow \sigma = 2$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2}{8} = 0.25$$

(فرهمندیور) (پایه یازدهم - فصل چهارم - ضریب تغییرات) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» -

$$\sigma^2 = 9 \Rightarrow \sigma = 3$$

$$\text{کران پایین} = \bar{x} - \frac{2\sigma}{\sqrt{100}} = 70 - \frac{6}{10} = 69.4$$

$$\text{کران بالا} = \bar{x} + \frac{2\sigma}{\sqrt{100}} = 70 + \frac{6}{10} = 70.6$$

(فرهمندیور) (پایه یازدهم - فصل چهارم - برآورد بازه‌ای) (متوسط)