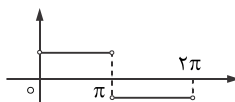


ریاضی ۲

۱- گزینه «۳» -



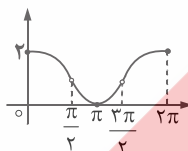
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{\sin x} = 1 & 0 < x < \pi \\ -\frac{\sin x}{\sin x} = -1 & \pi < x < 2\pi \end{cases}$$

(میرزایی) (نمودار مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۲- گزینه «۱» -

$$f(x) = \left(\frac{1}{\cos^2 x} \times \cos^2 x \right) + 1 = \cos x + 1$$

نمودار $\cos x$ را یک واحد بالا ببرید.
(فقط $x \neq \frac{\pi}{2}$, $x \neq \frac{3\pi}{2}$)



(میرزایی) (نمودار مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۳- گزینه «۳» -

$$f(x) = 2 \cos x - \cos x + 3$$

$$f(x) = 2 \cos x + 3 \rightarrow \begin{cases} y_{\min} = -2 + 3 = 1 \\ y_{\max} = 2 + 3 = 5 \end{cases}$$

برد $R_f = [1, 5]$

(میرزایی) (نمودار مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۴- گزینه «۴» -

$$y = -3 \sin x + 4$$

$$x = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow \begin{cases} k=0: x = \frac{\pi}{2}: y = -3 \sin \frac{\pi}{2} + 4 = 1, B\left(\frac{\pi}{2}, 1\right) \\ k=1: x = \frac{3\pi}{2}: y = -3 \sin \frac{3\pi}{2} + 4 = 7, C\left(\frac{3\pi}{2}, 7\right) \end{cases}$$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow \begin{cases} k=0: x = \frac{\pi}{2}: y = -3 \sin \frac{\pi}{2} + 4 = 1, B\left(\frac{\pi}{2}, 1\right) \\ k=1: x = \frac{5\pi}{2}: y = -3 \sin \frac{5\pi}{2} + 4 = 7, A\left(\frac{5\pi}{2}, 7\right) \end{cases}$$

$$BC = \frac{\Delta\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = \pi$$

$$S = \frac{(2\pi)(\pi)}{2} = \pi^2$$

(میرزایی) (نمودار مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۵- گزینه «۲» -

$$y = r^{x+2} - 1 \rightarrow r^{x+2} = y + 1$$

$$x + 2 = \log_r(y + 1) \rightarrow x = \log_r(y + 1) - 2$$

$$x = \log_r(y + 1) - \log_r r^2 \rightarrow x = \log_r \frac{y + 1}{r^2}$$

$$f^{-1}(x) = \log_r \frac{x + 1}{r^2}$$

$$a = +1 \quad a^7 + b^7 = 1 + 16 = 17$$

$$b = 4$$

(میرزایی) (وارون تابع نمایی - تابع نمایی) (متوسط)

۶- گزینه «۲» -

$$\log_{\frac{1}{\Delta}}(\sqrt{y} + \sqrt{z}) + \log_{\Delta}(9 - 2\sqrt{14}) = 2 \log_{\Delta}(\sqrt{y} + \sqrt{z}) + \log_{\Delta}(9 - 2\sqrt{14})$$

$$\log_{\Delta}(\sqrt{y} + \sqrt{z})^2 + \log_{\Delta}(9 - 2\sqrt{14}) = \log_{\Delta}(\Delta^2(\sqrt{y} + \sqrt{z})^2(9 - 2\sqrt{14}))$$

$$\log_{\Delta}(\Delta^2(81 - 56)) = \log_{\Delta} \Delta^2 = \log_{\Delta} \Delta^2 = 2$$

(میرزایی) (ویژگی‌های لگاریتم - لگاریتم) (متوسط)

۷- گزینه «۳» -

$$\log_{(\Delta-x)}(x-2) + \log_{(\Delta-x)}(x+2) = \log_{(\Delta-x)} 4$$

$$\log_{(\Delta-x)}(x^2 - 4) = \log_{(\Delta-x)} 4 \rightarrow x^2 - 4 = 4$$

$$x^2 = 8$$

(میرزایی) (معادله لگاریتمی - لگاریتم) (متوسط)

۸- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \left[\frac{3^+}{3} \right] + a \left[-(3^+) \right] = \left[1^+ \right] + a \left[-3^- \right] = 1 - 3a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \left[\frac{3^-}{3} \right] + a \left[-(3^-) \right] = \left[1^- \right] + a \left[-3^+ \right] = 1 - 3a$$

حد چپ = حد راست

$$1 - 3a = -3a$$

$$a = 1$$

(میرزایی) (وجود حد تابع - حد) (متوسط)

۹- گزینه «۱» -

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{3}{\cos x} \right] = \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{3}{\cos 0} \right] = \left[\frac{3}{1} \right] = \left[3^+ \right] = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} [\sin x] = \left[\sin \pi^+ \right] = \left[0^- \right] = -1$$

حاصل $= 3 + (-1) = 2$

(میرزایی) (حد مثلثاتی - حد) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» -

$$2\delta + 2 \log_{\delta} \sqrt{x-1} = 3^{\delta} \rightarrow 2 \log_{\delta} \sqrt{x-1} = 2$$

$$\log_{\delta} \sqrt{x-1} = 1 \rightarrow \sqrt{x-1} = \delta$$

$$x-1 = \delta^2 \rightarrow x = 2\delta$$

$$x = 2\delta : \log_{\delta}(x+\delta) = \log_{\delta} 3\delta = \log_{\delta} \delta^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} = 2 / \delta$$

(میرزایی) (معادله لگاریتمی - لگاریتم) (متوسط)

۱۱- گزینه «۳» -

$$\log_{\delta}(4^x + 12) = \frac{x+3}{2} \rightarrow 4^x + 12 = 4^{\frac{x+3}{2}}$$

$$4^x + 12 = (2^x)^2$$

$$(2^x)^2 + 12 = 2^x \times 2^3 \xrightarrow{2^x=t} t^2 + 12 = 8t$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0 \rightarrow (t-2)(t-6) = 0 \begin{cases} t=2: 2^x=2 \rightarrow x=1=\alpha \\ t=6: 2^x=6 \rightarrow x=\log_2^6=\beta \end{cases}$$

$$\alpha + \beta = 1 + \log_2^6 = \log_2^2 + \log_2^6 = \log_2^8 = 2 + \log_2^2 = 3 / \delta$$

(میرزایی) (حل معادله - لگاریتم) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -

$$(\sqrt{3})^{x+2} = (\sqrt{3})^{2x}$$

$$x+2 = 2x \rightarrow x=2: y = (\sqrt{3})^4 = 9$$

B(2, 9) نقطه تلاقی

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (9-4)^2} = \sqrt{26}$$

(میرزایی) (حل معادله تابع نمایی - تابع نمایی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

$$f(x) = \frac{1}{x+2}$$

$$y = \log_2\left(\frac{1}{x+2}\right) = -\log_2(x+2)$$

نمودار \log_2^x را دو واحد به چپ ببرید.

نمودار را نسبت به محور X ها قرینه نمایید.

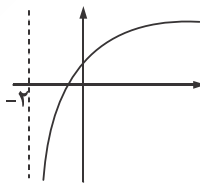
(میرزایی) (نمودار لگاریتم - لگاریتم) (آسان)

۱۴- گزینه «۲» -

مثال نقض: $0 < \log_2 < 1$

الف) نادرست

ب) درست



$$\log_{\lambda}^2 = \frac{1}{4}$$

پ) درست

ت) نادرست

$$\left. \begin{aligned} 4-x^2 > 0 &\rightarrow -2 < x < 2 \\ x+1 > 0 &\rightarrow x > -1 \\ x+1 \neq 1 &\rightarrow x \neq 0 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D = (-1, 2) - \{0\}$$

در دامنه فقط جزو عدد $\{1\}$ صحیح است.

(میرزایی) (ویژگی‌های لگاریتمی - لگاریتم) (متوسط)

۱۵- گزینه «۴» -

$$6 \dots = 1200 (2^{1/4})^t$$

$$2^{1/4 \cdot 4t} = 5 \rightarrow 2^t = \log_2 5 \rightarrow t = \frac{1/68}{1/4} = \frac{168}{4} = 42$$

(میرزایی) (کاربرد لگاریتم - لگاریتم) (متوسط)

۱۶- گزینه «۲» - بنا به نمودار f(x):

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x)] = [2^-] = 1$$

$$x \rightarrow 1^-$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -1$$

$$x \rightarrow 2$$

$$\text{حاصل عبارت} = 1 + 2(-1) = -1$$

(میرزایی) (حد در نمودار - حد) (متوسط)

۱۷- گزینه «۳» - در نقاط به طول x = a, x = d, x = c تابع f(x) حد ندارد.

(میرزایی) (عدم وجود حد - حد) (آسان)

۱۸- گزینه «۴» -

$$x \rightarrow -4^- : [-x] = [-(4^-)] = [4^+] = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{x+4}{(x+1)(x+4)} = \lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{-4+1} = \frac{-1}{3}$$

(میرزایی) (رفع ابهام - حد) (متوسط)

۱۹- گزینه «۱» -

$$\frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 - \cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1 + \cos x} = \frac{1}{1 + \cos(0)} = \frac{1}{2}$$

(میرزایی) (رفع ابهام - حد) (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» -

$$\frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+3)}{x(x-2)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{x(x-4)} = \frac{5}{-4}$$

(میرزایی) (رفع ابهام - حد) (متوسط)