

ریاضی ۲

۱- گزینه «۲» -

(۱) نمودار $\log x$ را یک واحد به راست ببرید.

(۲) سپس نمودار را یک واحد بالا ببرید. (میرزایی) (لگاریتم - نمودار لگاریتمی) (آسان)

۲- گزینه «۳» -

$$x = \frac{1}{3} : 3x + a = 0 \Rightarrow 3\left(\frac{1}{3}\right) + a = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$A(2, 0) \in f : 0 = \log_b(3x - 1) - 1 \Rightarrow \log_b(3x - 1) = 1$$

$$3x - 1 = b \xrightarrow{x=2} 3(2) - 1 = b \Rightarrow b = 5$$

$$f(x) = \log_5(3x - 1) - 1$$

$$y = 2 : \log_5(3x - 1) - 1 = 2 \Rightarrow 3x - 1 = 5^3 \Rightarrow x = \frac{126}{3} = 42$$

(میرزایی) (لگاریتم - نمودار لگاریتمی) (متوسط)

۳- گزینه «۳» -

$$\frac{E_B}{E_A} = 1.0^{1/5(M_B - M_A)} = 1.0^{1/5(6/6 - 4/6)} = 1.0^3 = 1.000$$

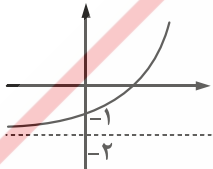
(میرزایی) (لگاریتم - کاربرد لگاریتم) (متوسط)

۴- گزینه «۲» -

$$f(x) = \log\left(\frac{1}{x+1}\right) = \log(x+1)^{-1} = -\log(x+1)$$

در گزینه «۲»، نمودار $\log x$ را یک واحد به چپ ببرید و سپس نسبت به محور x ها قرینه نمایید، شکل نمودار حاصل می‌شود.

(سراسری تجربی - ۹۸) (لگاریتم - نمودار لگاریتم) (متوسط)



۵- گزینه «۱» - با ترسیم نمودار $f(x) = 3^x - 2$ برد برابر است با:

$$\text{برد } R_f = (-2, +\infty)$$

(میرزایی) (تابع نمایی - ترسیم نمودار) (متوسط)

۶- گزینه «۲» - بنا به شکل نمودار f ، گزینه «۲» نادرست است. (میرزایی) (حد - تعیین حد از روی نمودار) (آسان)

۷- گزینه «۱» -

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1 + (-2) = -3$$

(میرزایی) (حد - حد در نمودار) (آسان)

۸- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 2a - 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4 + 3a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -2 \Rightarrow (2a - 3) - (4 + 3a) = -2 \Rightarrow -a - 7 = -2 \Rightarrow a = -5$$

(میرزایی) (حد - حد راست و چپ) (متوسط)

۹- گزینه «۴» -

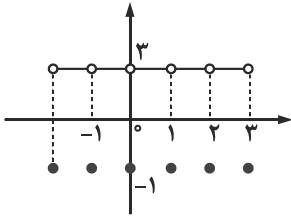
$$x + 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \Rightarrow D_f = [-1, +\infty)$$

$f(x)$ در $x = -1$ حد ندارد. (چون تابع f برای $x < -1$ تعریف نشده است.)

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1^+} g(x) &= \lim_{x \rightarrow -1^+} (x + 3) = -1 + 3 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} g(x) &= \lim_{x \rightarrow -1^-} (2x + 1) = -2 + 1 = -1 \end{aligned} \right\} \text{g(x) در } x = -1 \text{ حد ندارد، چون حد راست و چپ نابرابر هستند.}$$

(میرزایی) (حد - وجود حد) (متوسط)

۱۰- گزینه «۲» - بنا به نمودار $f(x)$ خواهیم داشت:



$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) + \lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} f(x) = 3 + 3 = 6$$

(میرزایی) (حد - حد در نمودار) (متوسط)

۱۱- گزینه «۱» -

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x \cdot \cos x}{1 + \cos^2 x} = \frac{\sin \frac{\pi}{4} \cdot \cos \frac{\pi}{4}}{1 + \cos^2(\frac{\pi}{4})} = \frac{(\frac{\sqrt{2}}{2})(\frac{\sqrt{2}}{2})}{1 + (\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

(میرزایی) (حد - تعیین حد تابع) (متوسط)

۱۲- گزینه «۳» - ابتدا وضعیت عددی جزء صحیح را مشخص نمایید:

$$x = -1^- : [x] = [-1^-] = -2$$

$$[fx] = [f(-1^-)] = [-f^-] = -5$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{-2x + 3x}{-5} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x}{-5} = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$$

(میرزایی) (حد - حاصل حد تابع) (متوسط)

۱۳- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{x-1} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$$

(میرزایی) (حد - رفع ابهام $\frac{0}{0}$) (متوسط)

۱۴- گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \sin x) = 1 + 1 = 2$$

(میرزایی) (حد - رفع ابهام $\frac{0}{0}$) (متوسط)

۱۵- گزینه «۱» -

$$x \rightarrow 1^+ : [2x] = [2(1^+)] = [2^+] = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x - 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2}{x+1} = \frac{2}{2} = 1$$

(میرزایی) (حد - رفع ابهام $\frac{0}{0}$) (متوسط)

۱۶- گزینه «۳» -

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{\sqrt{x} - 2} \times \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x(x-4)(\sqrt{x} + 2)}{x-4} = 16$$

(میرزایی) (حد - رفع ابهام $\frac{0}{0}$) (متوسط)

۱۷- گزینه «۱» -

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)}{x-3} \cdot (x+1) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x+1) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x-3)}{x-3} \cdot (x+1) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (-x-1) = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 4 + (-4) = 0$$

(میرزایی) (حد - رفع ابهام $\frac{0}{0}$) (متوسط)

۱۸- گزینه «۳» -

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

$$a(1)^r + r(1) - 1 = r(1) - a \Rightarrow a + 1 = r - a \Rightarrow 2a = r \Rightarrow a = 1$$

(کتاب همراه علوی) (حد - وجود حد) (متوسط)

۱۹- گزینه «۲» -

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{[\sin x]}{[\cos x]} = \frac{[\sin \pi^+]}{[\cos \pi^+]} = \frac{[0^-]}{[-1^+]} = \frac{-1}{-1} = 1$$

(میرزایی) (حد - توابع مثلثاتی) (دشوار)

۲۰- گزینه «۳» -

$$(f \times g)(x) = \frac{(x-2) \cdot (x+1)}{x-1} \times \frac{x^r+1}{r(x+1)} = \frac{(x-2)(x^r+1)}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} (f \times g)(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-2)(x^r+1)}{x-1} = \frac{(-2)(2)}{-2} = 2$$

(میرزایی) (حد - حاصل حد) (متوسط)