

آمار و احتمال

۱- گزینه «۱» -

$$\left. \begin{aligned} A &= \{(1, 5), (2, 5), (3, 5), (4, 5), (5, 5), (6, 5)\} \Rightarrow P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \\ B &= \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\} \Rightarrow P(B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6} \\ A \cap B &= \{(2, 5)\} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{36} \end{aligned} \right\}$$

$\Rightarrow P(A) \times P(B) = P(A \cap B) \Rightarrow A$ و B مستقل اند

(فیروزی) (فصل دوم - درس چهارم - پیشامدهای مستقل) (آسان)

۲- گزینه «۳» - پناالتی‌ها مستقل از هم‌اند، پس داریم:

$$P(\text{مطلوب}) = (0/2) \times (0/8) \times (0/2) \times (0/2) = (0/2)^3 (0/8)$$

(فیروزی) (فصل دوم - درس چهارم - پیشامدهای مستقل) (متوسط)

۳- گزینه «۲» -

$$P\left(\frac{\text{اولی سفید}}{A} \text{ و } \frac{\text{دومی سیاه}}{B}\right) + P\left(\frac{\text{اولی سیاه}}{C} \text{ و } \frac{\text{دومی سفید}}{D}\right) = P(A \cap B) + P(C \cap D) = P(A) \cdot P(B|A) + P(C) \cdot P(D|C) =$$

$$\frac{4}{9} \times \frac{5}{8} + \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{5}{9}$$

(فیروزی) (فصل دوم - درس چهارم - پیشامدهای مستقل) (متوسط)

۴- گزینه «۱» - با افزودن مقدار ثابتی به هر داده، انحراف معیار تغییری نمی‌کند ولی میانگین به همان مقدار افزایش پیدا می‌کند.

$$(CV)' = \frac{\sigma'}{\bar{x}'} = \frac{\sigma}{\bar{x} + 3\bar{x}} = \frac{\sigma}{4\bar{x}} = \frac{CV}{4} = \frac{0/4}{4} = 0/1$$

(فیروزی) (فصل سوم - درس سوم - ضریب تغییرات) (متوسط)

۵- گزینه «۴» -

$$3, 3, 4, 6, 6, 8, 8, 9, 11, 12, 12, 13$$

\downarrow Q_1 \downarrow Q_3
 $Q_2 = \frac{8+8}{2} = 8$

پس داده‌های داخل جعبه ۱۱ و ۹ و ۸ و ۸ و ۶ و ۶ باقی می‌ماند:

$$\bar{x} = \frac{2 \times 6 + 2 \times 8 + 9 + 11}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

$$\sigma^2 = \frac{2^2 + 2^2 + 0^2 + 0^2 + 1^2 + 3^2}{6} = \frac{18}{6} = 3 \Rightarrow \sigma = \sqrt{3}$$

(فیروزی) (فصل سوم - درس سوم - انحراف معیار) (دشوار)

۶- گزینه «۳» - برای هر نوع لامپ ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم:

$$CV_A = \frac{\sigma_A}{\bar{x}_A} = \frac{2000}{11000} = \frac{2}{11} = 0/18$$

$$CV_B = \frac{\sigma_B}{\bar{x}_B} = \frac{1000}{10000} = \frac{1}{10} = 0/1$$

$$CV_C = \frac{\sigma_C}{\bar{x}_C} = \frac{1500}{12000} = \frac{1}{8} = 0/125$$

پس $CV_A > CV_C > CV_B$ بنابراین B بهتر است، زیرا ضریب تغییراتش کوچک‌تر است. (فیروزی) (فصل سوم - درس سوم - ضریب تغییرات) (دشوار)

۷- گزینه «۳» -

$$\frac{x}{12+15+x+9+18} = \frac{25}{100} \Rightarrow \frac{x}{54+x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4x = 54+x \Rightarrow 3x = 54 \Rightarrow x = 18$$

(ایمانی) (فصل سوم - درس اول) (متوسط)

۸- گزینه «۲» - مجموع انحراف از میانگین داده‌های آماری برابر صفر است، پس:

$$(x_1 - \bar{x}) + \dots + (x_8 - \bar{x}) = 0 \Rightarrow -3 - 2 - 2 + 0 + 1 + 2 + 4 + a = 0 \Rightarrow 0 + a = 0 \Rightarrow a = 0$$

واریانس این ۸ داده آماری برابر است با:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_8 - \bar{x})^2}{8} = \frac{9 + 4 + 4 + 0 + 0 + 1 + 4 + 16}{8} = \frac{38}{8} = 4.75$$

می‌خواهیم میانگین مربعات این ۸ داده‌ها، یعنی $\frac{x_1^2 + \dots + x_8^2}{8}$ را به دست آوریم، پس داریم:

$$\sigma^2 = \frac{x_1^2 + \dots + x_8^2}{8} - (\bar{x})^2 \Rightarrow 4.75 = \frac{x_1^2 + \dots + x_8^2}{8} - \left(\frac{32}{8}\right)^2 \Rightarrow \frac{x_1^2 + \dots + x_8^2}{8} = 4.75 + 16 = 20.75$$

(ایمانی) (فصل سوم - درس دوم) (متوسط)

۹- گزینه «۲» - ابتدا میانگین داده‌ها را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{90 + 100 + 85 + 80 + 75 + 110 + x}{7} = \frac{540 + x}{7}$$

با توجه به این که فراوانی تمام داده‌ها ۱ است، x هر مقداری باشد به عنوان مد در نظر گرفته می‌شود، زیرا فراوانی آن داده را ۲ خواهد کرد، بنابراین:

$$\text{مد} = x$$

$$\text{مد} = \text{میانگین} \Rightarrow \frac{540 + x}{7} = x$$

$$\Rightarrow 540 + x = 7x \Rightarrow 6x = 540 \Rightarrow x = 90$$

حال داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$75, 80, 85, 90, 90, 100, 110 \Rightarrow \text{میانه} = 90$$

میانه هم با مد و میانگین برابر شد. (کتاب همراه علوی) (فصل سوم - درس سوم) (دشوار)

۱۰- گزینه «۳» -

$$\left. \begin{aligned} f_A = 2f_D &\Rightarrow \hat{A} = 2\hat{D} \\ f_B = 3f_D &\Rightarrow \hat{B} = 3\hat{D} \\ f_C = 4f_D &\Rightarrow \hat{C} = 4\hat{D} \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} &= 360^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2\hat{D} + 3\hat{D} + 4\hat{D} + \hat{D} = 360^\circ \Rightarrow 10\hat{D} = 360^\circ \Rightarrow \hat{D} = 36^\circ$$

$$\hat{B} = 3\hat{D} \Rightarrow \hat{B} = 3 \times 36^\circ = 108^\circ$$

(کتاب همراه علوی) (فصل سوم - درس سوم) (متوسط)