

## حسابان ۱

۱- گزینه «۲» - اگر  $f(x)$  در  $x = a$  دارای حد باشد، آن‌گاه:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 5 \Rightarrow |-1|a + 2b = 5 \Rightarrow a + 2b = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 5 \Rightarrow a(-1)^2 + 5(-1) + b = 5 \Rightarrow a + b = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a = \frac{25}{2} \\ b = \frac{-5}{2} \end{array}$$

(رستمی‌کیا) (فصل پنجم - درس دوم - حدهای یک طرفه)

۲- گزینه «۴» - با توجه به شکل تابع، وقتی  $x \rightarrow 2^-$  حد تابع برابر ۳ و وقتی  $x \rightarrow 2^+$  حد تابع برابر ۵ است و چون این دو مقدار با هم برابر نیستند پس تابع در  $x = 2$  حد ندارد. (رستمی‌کیا) (فصل پنجم - درس اول - مفهوم حد)  
۳- گزینه «۱» - کافی است عدد ۲ را در تابع داده شده جای گذاری کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)^2}{2x^2 - x - 5} = \frac{(2+2)^2}{2(2)^2 - 2 - 5} = \frac{16}{1} = 16$$

(رستمی‌کیا) (فصل پنجم - درس سوم - قضایای حد)

۴- گزینه «۴» -

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = (3+a)(3) - (3+a)(2) = 3 \Rightarrow 3+a = 3 \Rightarrow a = 0$$

(سراسری ۸۷ - با تغییر) (فصل پنجم - درس دوم - حدهای یک طرفه)

۵- گزینه «۳» - با توجه به قضایای حد داریم:

$$\frac{\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 2} g(x) + 3 \lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{\lim_{x \rightarrow 2} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2} g(x)} = \frac{5 \times 4 + 3 \times 5}{5 - 4} = 35$$

(رستمی‌کیا) (فصل پنجم - درس سوم - قضایای حد)

۶- گزینه «۱» -

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$x^2 - x$	-	+	-	+	

$$x^2 - x = 0 \Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = 1$$

در  $x \rightarrow 0^-$  مقدار  $f(x)$  مثبت است. پس از ضابطه اول یعنی  $x > 0$  استفاده می‌کنیم.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} -\sqrt{1-x} = -\sqrt{1} = -1$$

(سراسری ۸۴ - با تغییر) (فصل پنجم - درس دوم - حدهای یک طرفه)

۷- گزینه «۳» - در گزینه‌های «۲» و «۴» تابع در  $x = 0$  حد دارد. در گزینه «۱» تابع نه حد راست دارد نه حد چپ. در گزینه «۳»، تابع هم حد راست دارد هم حد چپ، ولی این دو حد نابرابرند. (رستمی‌کیا) (فصل پنجم - درس اول - مفهوم حد)

۸- گزینه «۳» - وقتی  $x \rightarrow 2$  داریم  $f(x) \rightarrow 8$  در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(f(x)) = \lim_{t \rightarrow 8} g(t) = 8 - 3 = 5$$

(رستمی‌کیا) (فصل پنجم - درس اول - مفهوم حد)

۹- گزینه «۲» - وقتی  $x \rightarrow 2^-$ ، می‌توانیم بگوییم  $1 < x < 2$ ، پس  $3 < x+2 < 4$  و در نتیجه  $\frac{1}{3} < \frac{1}{x+2} < \frac{1}{4}$  با این حساب  $[\frac{1}{x+2}] = 0$  و حاصل

حد می‌شود  $0 = 4 \times 0$ . (سراسری ۸۱ - با تغییر) (فصل پنجم - درس سوم - قضایای حد)

۱۰- گزینه «۴» -

$$16 \left( -\frac{1}{2} [\cos 45^\circ - \cos 5^\circ] \right) \left( -\frac{1}{2} [\cos 135^\circ - \cos 5^\circ] \right) = -4 (\cos^2 45^\circ - \cos^2 5^\circ) = -2(1 - 2 \cos^2 5^\circ) = -2 \cos 10^\circ$$

(رستمی‌کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مجموع و تفاضل مثلثاتی)

۱۱- گزینه «۳» -

$$\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} = \frac{\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})}{-\sqrt{2} \cos(x + \frac{\pi}{4})} = -\tan(x + \frac{\pi}{4}) \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} \Rightarrow -\tan(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}) = -\tan(\frac{\pi}{3}) = -\sqrt{3}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس سوم - توابع مثلثاتی)

۱۲- گزینه «۴» -

$$\sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\cos^2 15^\circ = \frac{1 + \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\tan 15^\circ = \frac{\sin 15^\circ}{\cos 15^\circ} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{6} + \sqrt{2}} = 2 - \sqrt{3}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی)

۱۳- گزینه «۱» -

$$\sin 200^\circ + \sin 10^\circ + \sin 20^\circ + \sin 190^\circ = \sin(180^\circ + 20^\circ) + \sin 10^\circ + \sin 20^\circ + \sin(180^\circ + 10^\circ) = -\sin 20^\circ + \sin 10^\circ + \sin 20^\circ - \sin 10^\circ = 0$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس دوم - نسبت‌های مثلثاتی)

۱۴- گزینه «۴» -

$$4 \cos 80^\circ - \frac{1}{\cos 40^\circ} = \frac{4 \cos 80^\circ \cos 40^\circ - 1}{\cos 40^\circ} = \frac{2 \cos 120^\circ + 2 \cos 40^\circ - 1}{\cos 40^\circ} = 2 - \frac{2}{\cos 40^\circ}$$

(سراسری ۸۵ - با تغییر) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مجموع و تفاضل زوایا)

۱۵- گزینه «۲» -

$$\tan(y - x) = \frac{\tan y - \tan x}{1 + \tan y \tan x} = \frac{(\sqrt{2} + 1) - (\sqrt{2} - 1)}{1 + (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)} = \frac{2}{1 + (2 - 1)} = 1 \Rightarrow y - x = \frac{\pi}{4}$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس دوم - نسبت‌های مثلثاتی)

۱۶- گزینه «۲» - ابتدا مقدار  $\tan \alpha$  را حساب می‌کنیم

$$\tan \alpha = \tan[(\alpha - \beta) + \beta] = \frac{\tan(\alpha - \beta) + \tan \beta}{1 - \tan(\alpha - \beta) \tan \beta} = \frac{0 + \frac{3}{2}}{1 - 0} = \frac{3}{2}$$

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2 \times \frac{3}{2}}{1 + \frac{9}{4}} = \frac{3}{\frac{13}{4}} = \frac{12}{13}$$

(سراسری ۹۴ - با تغییر) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی)

۱۷- گزینه «۱» -

$$\lambda = \frac{2 \sin \frac{\lambda x + 2x}{2} \cos \frac{\lambda x - 2x}{2} + \sin \Delta x}{2 \cos \frac{\lambda x + 2x}{2} \cos \frac{\lambda x - 2x}{2} + \cos \Delta x} = \frac{2 \sin \Delta x \cos 2x + \sin \Delta x}{2 \cos \Delta x \cos 2x + \cos \Delta x} = \frac{\sin \Delta x (2 \cos 2x + 1)}{\cos \Delta x (2 \cos 2x + 1)} = \tan \Delta x$$

(رستمی کیا) (فصل چهارم - درس چهارم - روابط مثلثاتی)

۱۸- گزینه «۴» - این کسر باز شده  $(77^\circ - 17^\circ)$  است که می‌شود  $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ . (رستمی کیا) (فصل چهارم - درس دوم - توابع مثلثاتی)

۱۹- گزینه «۳» - باید توجه کرد که  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = 1$  می‌باشد ولی به دلیل وجود براکت باید مشخص شود که  $f(x)$  در  $(-2)^-$  از یک کم‌تر می‌باشد و

می‌دانیم براکت اعداد کمتر از یک و بزرگتر یا مساوی صفر، برابر صفر است:

$$\lim_{x \rightarrow -2^-} [f(x)] = [1^-] = 0$$

(رستمی کیا) (فصل پنجم - درس اول - مفهوم حد)

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^+} ([x] + [2x]) = [(-\frac{1}{4})^+] + [(-1)^+] = -1 + (-1) = -2$$

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{4})^-} ([x] + [2x]) = [(-\frac{1}{4})^-] + [(-1)^-] = -1 + (-2) = -3$$

مجموع حد چپ و راست برابر ۵- است. (رستمی‌گیا) (فصل پنجم - درس دوم - حدهای یک طرفه)