

حسابان ۱

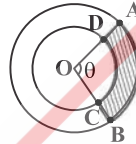
۱- گزینه «۴» -

$$\left. \begin{aligned} \alpha - \beta &= 20^\circ \\ \alpha + \beta &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{\alpha} = 55^\circ \quad \beta = 35^\circ$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{35}{180} = \frac{\hat{\beta}}{\pi} \Rightarrow \beta = \frac{7\pi}{36}$$

(میرزایی) (رادیان - رادیان) (آسان)

۲- گزینه «۲» -

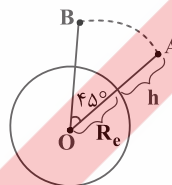


$$\widehat{محیط} = \widehat{AB} + \widehat{CD} + AD + BC$$

$$\begin{aligned} \widehat{محیط} &= r_1\theta + r_2\theta + 2(r_1 - r_2) \\ &= 8 \times 3 + 5 \times 3 + 2(8 - 5) \\ &= 24 + 15 + 6 = 45 \end{aligned}$$

(میرزایی) (طول کمان - رادیان) (متوسط)

۳- گزینه «۱» -



$$\begin{aligned} \widehat{AB} &= 250^\circ \cdot \pi \Rightarrow \widehat{AB} = r \times \theta \Rightarrow (R_e + h) \frac{\pi}{4} = 250^\circ \cdot \pi \\ (6400 + h) &= 10000 \Rightarrow h = 3600 \text{ km} \end{aligned}$$

(میرزایی) (طول کمان - رادیان) (آسان)

۴- گزینه «۳» -



$$R^2 = r^2 + h^2$$

$$29 = r^2 + 25 \Rightarrow r = 2$$

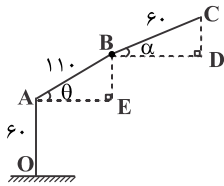
$$\ell = 2\pi r = 4\pi \quad \theta = \frac{\ell}{R}$$

$$S = \frac{\theta}{2} R^2 \quad \theta = \frac{4\pi}{\sqrt{29}}$$

$$S = \frac{4\pi}{2\sqrt{29}} \times 29 \Rightarrow S = 2\pi\sqrt{29}$$

(میرزایی) (مساحت قطاع - رادیان) (متوسط)

۵- گزینه «۱» -



ارتفاع نوک گیره از سطح زمین: $H = OA + BE + CD$

$$H = 60 + 110 \times \sin \theta + 60 \sin \alpha$$

$$30 = 60 + 110 \sin \theta + 60 \sin(-30^\circ)$$

$$30 = 60 + 110 \sin \theta - 30$$

$$110 \sin \theta = 0 \Rightarrow \sin \theta = 0 \Rightarrow \hat{\theta} = 0^\circ$$

(میرزایی) (کاربرد مثلثات - مثلثات) (متوسط)

۶- گزینه «۲» -

$$-1 \leq \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$$

$$-1 \leq -\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq 1$$

$$2 \leq -\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 3 \leq 4 \Rightarrow \text{برد } R = [2, 4]$$

$$b - a = 4 - 2 = 2$$

(میرزایی) (نمودارهای مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۷- گزینه «۳» -

$$y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right) \Rightarrow = \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = -\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

(میرزایی) (نمودارهای مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۸- گزینه «۱» -

$$\sin\left(\frac{9\pi}{3} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\sin(\Delta\pi + \alpha) = \sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos\left(\frac{11\pi}{3} + \alpha\right) = \cos\left(\frac{5\pi}{3} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\cos(6\pi - \alpha) = \cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\begin{aligned} \text{عبارت} &= \frac{-\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha} = \frac{-1 - \tan \alpha}{\tan \alpha - 1} = \frac{-1 - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - 1} = \frac{-\frac{5}{3}}{-\frac{1}{3}} = 5 \end{aligned}$$

(میرزایی) (نسبت‌های مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۹- گزینه «۳» -

$$\frac{2 \cos^2 \alpha}{2 \sin \alpha \cos \alpha} = 2 \Rightarrow \cot g \alpha = 2$$

$$\cot g\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\tan \alpha = -\frac{1}{\cot g \alpha} = \frac{-1}{2}$$

(میرزایی) (اتحادهای مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۱۰- گزینه «۴» -

$$\sin x + \cos x = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{به توان ۲ برسانید}} (\sin x + \cos x)^2 = \frac{1}{9}$$

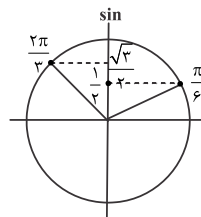
$$1 + \sin 2x = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin 2x = \frac{-8}{9}$$

$$\sin^4 x + \cos^4 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x \Rightarrow 1 - \frac{1}{9} \sin^2 2x$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{9} \left(\frac{-8}{9}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9} \times \frac{64}{81} = 1 - \frac{64}{729} = \frac{665}{729}$$

(میرزایی) (اتحادهای مثلثاتی - مثلثات) (دشوار)

۱۱- گزینه «۴» -



$$\frac{\pi}{6} < x < \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} < \sin x \leq 1$$

$$\frac{1}{2} < \frac{2m-1}{4} \leq 1 \Rightarrow 2 < 2m-1 \leq 4 \Rightarrow 3 < 2m \leq 5 \Rightarrow \frac{3}{2} < m \leq \frac{5}{2}$$

(میرزایی) (نسبت‌های مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۱۲- گزینه «۲» -

$$\cos 285^\circ = \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

$$\sin 255^\circ = \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ$$

$$\sin 225^\circ = \sin 165^\circ = \sin(180^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

$$\sin 15^\circ = \sin(90^\circ - 75^\circ) = \cos 75^\circ$$

$$\text{عبارت} = \frac{\sin 15^\circ + 2 \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - 2 \cos 15^\circ} = \frac{\tan 15^\circ + 2}{\tan 15^\circ - 2} = \frac{0/28 + 2}{0/28 - 2} = \frac{2/28}{-1/72} = \frac{-54}{43}$$

(میرزایی) (نسبت‌های مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۱۳- گزینه «۲» -

$$\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{2\sqrt{2}}{5} \Rightarrow \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{2}{5}$$

$$\cos^2(x + \frac{\pi}{4}) = 1 - \sin^2(x + \frac{\pi}{4}) = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$$

$$\tan^2(\frac{\pi}{4} + x) = \frac{\sin^2(x + \frac{\pi}{4})}{\cos^2(x + \frac{\pi}{4})} = \frac{4/25}{21/25} = \frac{4}{21}$$

(میرزایی) (اتحادهای مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۱۴- گزینه «۲» -

$$\tan \frac{\alpha}{2} - \cot g \frac{\alpha}{2} = -2 \cot g \alpha \Rightarrow -2 \cot g \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \cot g \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = -2$$

$$\cos 3\alpha \cdot \cos 2\alpha + \sin 3\alpha \cdot \sin 2\alpha = \cos(3\alpha - 2\alpha) = \cos \alpha$$

$$\frac{1}{\cos \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha \rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + 4 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5} \\ \cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5} \end{cases} \quad \text{غیر قابل قبول}$$

(میرزایی) (اتحادهای مثلثاتی - مثلثات) (دشوار)

۱۵- گزینه «۱» -

$$\frac{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$$

(میرزایی) (اتحادهای مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۱۶- گزینه «۳» -

$$2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \left(\frac{1 - \cos \alpha + 1 + \cos \alpha}{1 - \cos^2 \alpha} \right) = \frac{2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} = 2 \cot g \alpha$$

(میرزایی) (اتحادهای مثلثاتی - مثلثات) (متوسط)

۱۷- گزینه «۱» -

همسایگی محذوف عدد x_0 $(a, x_0) \cup (x_0, b)$

$$b - 3 = 2 \Rightarrow b = 5$$

$$a + b = 2 \Rightarrow a = -3 \Rightarrow (-2, 2) \cup (2, 7)$$

$$a \cdot b = -15$$

(میرزایی) (همسایگی - حد) (آسان)

۱۸- گزینه «۴» -

$$f(x) = \sqrt{4 - x^2} : 4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow 2 \leq x \leq 2 \Rightarrow D_f = [-2, 2]$$

بنابر دامنه f تابع f در هیچ همسایگی محذوف ۲ تعریف نشده است. (مقادیر بزرگتر از ۲ در دامنه تابع نیست). بنابراین تابع f در نقطه $x = 2$ حد ندارد.

$$g(x) = \sqrt{(x+2)(x-2)}$$

$$(x+2)(x-2) \geq 0$$

$$D_g = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$$

بنابر دامنه g تابع g در هیچ همسایگی محذوف ۲ تعریف نشده است. (مقادیر کمتر از ۲ در دامنه تابع نیست). بنابراین تابع g در $x = 2$ حد ندارد.

$$h(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x^2+1}} \Rightarrow \frac{x-2}{x^2+1} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2+1 > 0}{\text{همواره}} \rightarrow x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2$$

$$D_h = [2, +\infty)$$

تابع h در هیچ همسایگی محذوف ۲ تعریف نشده است، بنابراین تابع h در $x = 2$ حد ندارد. (میرزایی) (وجود حد - حد) (دشوار)

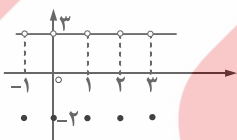
۱۹- گزینه «۲» -

$$x - 2 < 3 < 2x + 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 < 3 \rightarrow x < 5 \\ 2x + 1 > 3 \rightarrow x > 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 1 < x < 5$$

$$\text{اعداد صحیح مجموعه جواب} = \{2, 3, 4\}$$

(میرزایی) (همسایگی - حد) (متوسط)

۲۰- گزینه «۳» - براساس نمودار $f(x)$ خواهیم داشت:



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^+} f(x) = 2 + 2 = 4$$

(میرزایی) (حد در نمودار - حد) (متوسط)