

حسابان ۱

۱- گزینه «۳» -

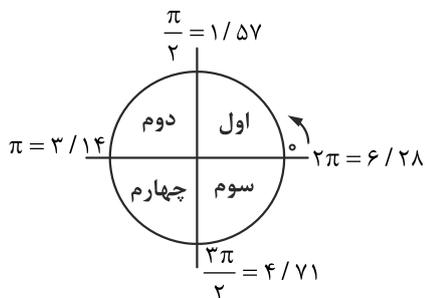
$$\cotg\left(\frac{9\pi}{4}\right) = \cotg\left(2\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \cot \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\tan \frac{10\pi}{3} = \tan\left(\frac{9\pi + \pi}{3}\right) = \tan\left(3\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$\text{عبارت} = 1 + (\sqrt{3})^2 = 4$$

(میرزایی) (مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

۲- گزینه «۳» -



$$\begin{array}{r} 10 \quad | \quad 6/28 \\ \hline 1 \\ \vdots \\ \hline 3/72 \text{ رادیان} \end{array}$$

$$\text{رادیان سوم } \pi = 3/14 < 3/72 < \frac{2\pi}{2} = 4/71$$

(میرزایی) (مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (آسان)

۳- گزینه «۱» -

$$\cos 285^\circ = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 15^\circ\right) = +\sin 15^\circ$$

$$\sin 255^\circ = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 15^\circ\right) = -\cos 15^\circ$$

$$\begin{array}{r} 360 \\ 525 \quad | \\ \hline \vdots \\ \hline 165 \end{array}$$

$$\sin 525^\circ = \sin 165^\circ = \sin(\pi - 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

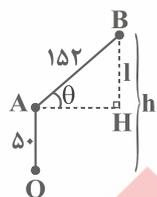
$$\sin 105^\circ = \sin\left(\frac{\pi}{2} + 15^\circ\right) = \cos 15^\circ$$

$$\text{عبارت} = \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} \xrightarrow{\text{مخرج را تقسیم کنید. بر } \cos 15^\circ \text{ صورت و}} \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1}$$

$$\text{عبارت} = \frac{0/28 + 1}{0/28 - 1} = \frac{1/28}{-0/72} = \frac{128}{-72} = \frac{-16}{9}$$

(سراسری تجربی - ۹۴) (مثلثات - نسبت‌های مثلثاتی) (متوسط)

۴- گزینه «۲» -



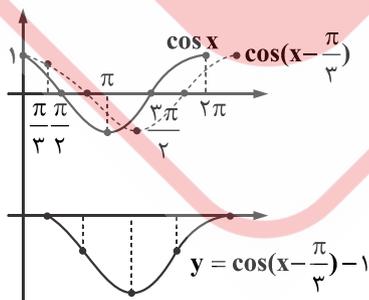
$$\sin \theta = \frac{l}{152} \Rightarrow l = 152 \sin \theta$$

$$h = 50 + l = 50 + 152 \sin \theta$$

$$126 = 50 + 152 \sin \theta \Rightarrow \sin \theta = \frac{76}{152} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{6}$$

(میرزایی) (مثلثات - کاربرد مثلثات) (متوسط)

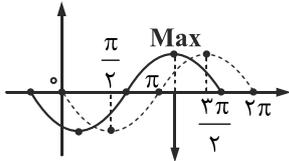
۵- گزینه «۴» -



(میرزایی) (مثلثات - نمودار مثلثاتی) (متوسط)

۶- گزینه «۳» - با توجه به نمودار $y = -\sin x$ که در $x = \frac{3\pi}{2}$ به بیشترین مقدار خود می‌رسد، پس نمودار $y = -\sin(x + \frac{\pi}{4})$ با انتقال افقی $\frac{\pi}{4}$

واحد به چپ، طول نقطه max مقدار برابر است با:



$$\text{طول نقطه Max مقدار تابع } x = \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{4}$$

(میرزایی) (مثلثات - نمودار مثلثاتی) (متوسط)

۷- گزینه «۱» -

$$(\sin 36^\circ \times \cos 36^\circ) \times \cos 72^\circ = \frac{1}{2} \sin 72^\circ \times \cos 72^\circ = \frac{1}{4} (\sin 144^\circ) = \frac{1}{4} \sin 144^\circ = \frac{1}{4} \sin(180^\circ - 36^\circ) = \frac{1}{4} \sin 36^\circ$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin(2\alpha)$$

یادآوری:

(میرزایی) (مثلثات - اتحادهای مثلثاتی) (متوسط)

۸- گزینه «۲» -

$$\sin x \cdot \cos x (\sin^2 x - \cos^2 x) = \frac{1}{2} \sin 2x \cdot (-\cos 2x) = -\frac{1}{2} \sin 2x \cdot \cos 2x$$

$$= -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \sin 4x \right) = -\frac{1}{4} \sin 4x \quad \text{at } x = \frac{\pi}{24} \quad -\frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{6} = -\frac{1}{8}$$

$$\cos^2 x - \sin^2 x = \cos 2x$$

یادآوری:

(میرزایی) (مثلثات - اتحادهای مثلثاتی) (متوسط)

۹- گزینه «۳» -

$$\sin a \cdot \cos b - \cos a \cdot \sin b = \sin(a - b)$$

یادآوری:

$$\text{عبارت} = \sin 2x \cdot \cos x - \cos 2x \cdot \sin x + \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x + \sin x}$$

$$\text{عبارت} = \sin(2x - x) + \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x + \sin x}$$

$$\text{عبارت} = \sin x + \cos x - \sin x = \cos x$$

(میرزایی) (مثلثات - اتحادهای مثلثاتی) (دشوار)

۱۰- گزینه «۲» - یادآوری:

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$$

$$\frac{\cos 75^\circ + \sin 75^\circ}{\sin 75^\circ \times \cos 75^\circ} = \frac{\sqrt{2} \sin(75^\circ + 45^\circ)}{\frac{1}{2} \sin 150^\circ} = \frac{2\sqrt{2} \sin 120^\circ}{\sin 150^\circ} = \frac{2\sqrt{2} \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{6}$$

(سراسری ریاضی) (مثلثات - اتحادهای مثلثاتی) (متوسط)

۱۱- گزینه «۴» - یادآوری:

$$\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{\cos 2\alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{\cos 2\alpha}{2} = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \cos 2\alpha = \frac{1}{4} (\sin 4\alpha) = \frac{1}{4} \sin 4\alpha \quad \text{at } \alpha = \frac{\pi}{16} \rightarrow \frac{1}{4} \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{8}$$

(میرزایی) (مثلثات - اتحادهای مثلثاتی) (متوسط)

۱۲- گزینه «۱» -

$$\cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b = \cos(a+b) \Rightarrow \cos(3x+2x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 5x = \frac{1}{2}$$

$$\cos 5x = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow 5x = \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{\pi}{15}$$

(میرزایی) (مثلثات - اتحادهای مثلثاتی) (متوسط)

۱۳- گزینه «۳» -

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{5}$$

$$\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \frac{144}{169} \Rightarrow \sin \beta = \frac{5}{13}$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta = \left(\frac{4}{5}\right) \times \left(-\frac{12}{13}\right) - \frac{3}{5} \times \frac{5}{13} = \frac{-48 - 15}{65} = -\frac{63}{65}$$

(میرزایی) (مثلثات - اتحادهای مثلثاتی) (متوسط)

۱۴- گزینه «۱» -

$$\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} = \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2 \cos^2 \frac{x}{2}} = \tan^2 \frac{x}{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$$

(کتاب همراه علوی) (مثلثات - اتحادهای مثلثاتی) (آسان)

۱۵- گزینه «۲» -

$$\frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha} = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \cot \alpha = 2$$

$$\text{عبارت} = 2 \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + 3 \cot\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -2 \cot \alpha + 3 \tan \alpha = -2(2) + 3\left(\frac{1}{2}\right) = -4 + \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$$

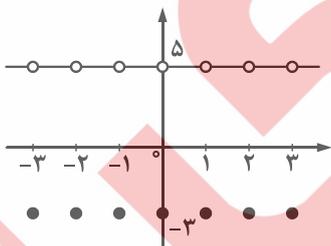
(میرزایی) (مثلثات - اتحادهای مثلثاتی) (متوسط)

۱۶- گزینه «۴» -

$$x-1 < 2 < 2x+3 \Rightarrow \begin{cases} x-1 < 2 \\ 2x+3 > 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 3 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -\frac{1}{2} < x < 3$$

(میرزایی) (حد - همسایگی) (آسان)

۱۷- گزینه «۴» - بنا به نمودار $g(x)$:



$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x) + \lim_{x \rightarrow -2} g(x) + \lim_{x \rightarrow \sqrt{2}} g(x) = 5 + 5 + 5 = 15$$

(میرزایی) (حد - حد در نمودار) (متوسط)

۱۸- گزینه «۲» -

$$2-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow D_f = (-\infty, 2]$$

$f(x)$ در $x=2$ حد ندارد.

$$4-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow D_g = [-2, 2]$$

$g(x)$ در $x=2$ حد ندارد.

$$2+x \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \Rightarrow D_h = [-2, +\infty)$$

$h(x)$ در $x=2$ حد دارد. (میرزایی) (حد - مفهوم حد) (متوسط)

۱۹- گزینه «۳» - بنا به نمودار $f(x)$:

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -3$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 2 + 2(-3) = -4$$

بنا به نمودار $f(x)$:

(میرزایی) (حد - حد در نمودار) (آسان)

۲۰- گزینه «۴» -

$$\text{مرکز } x_0 = \frac{(3a-7)+(a+5)}{2} = 3$$

$$4a-2=6 \Rightarrow a = \frac{8}{4} = 2$$

$$(-1, 7) - \{3\}$$

$$\text{شعاع } r = \frac{7-(-1)}{2} = 4$$

(سراسری ریاضی - ۸۹، کتاب همراه علوی) (حد - همسایگی) (متوسط)