هندسه ۲

۱- گزینه «۴» ـ

$$T_۱(x\,,y)=(x+۱\,,y+۱)\Rightarrow\begin{cases}x'=x+۱\Rightarrow x=x'-۱\\ y'=y+۱\Rightarrow y=y'-۱\end{cases}$$

با:

$$T_۲(x\,,y)=(\frac{x}{۲},\frac{y}{۲})\Rightarrow\begin{cases}x'=\dfrac{x}{۲}\Rightarrow x=۲x'\\ y'=\dfrac{y}{۲}\Rightarrow y=۲y'\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}L_۱:y-۱=۲(x-۱)\Rightarrow y=۲x-۱\\ L_۲:۲y=۲(۲x)\Rightarrow y=۲x\end{cases}\Rightarrow L_۱\parallel L_۲$$

فاصله دو خط موازی:

$$H=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|۰-۱|}{\sqrt{۱^۲+۲^۲}}=\frac{۱}{\sqrt{۵}}=\frac{\sqrt{۵}}{۵}$$

(میرعظیم) (فصل دوم ـ کاربرد تبدیل)

۲- گزینه «۱» ـ

$$A(۱\,,۲)\xrightarrow{\text{نسبت به } B(۲,۱)}A(-۱\,,۱)\Rightarrow T(x\,,y)=(۲x\,,۲y)\Rightarrow T_A(-۱\,,۱)=(-۲\,,۲)$$
$$\Rightarrow A'(-۲\,,۲)\xrightarrow{\text{نسبت به مبدأ}}A'(۰\,,۳)$$

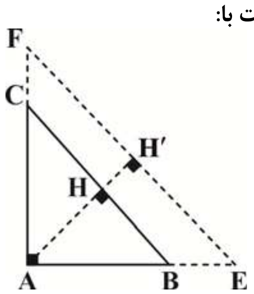
(میرعظیم) (فصل دوم ـ تجانس)

۳- گزینه «۴» ـ می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متجانس به مرکز O و نسبت k برابر با $k^۲$ می‌باشد، بنابراین داریم:

$$\frac{S_{\overset{\Delta}{A'B'C'}}}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=k^۲\Rightarrow\frac{۱۶}{S_{\overset{\Delta}{ABC}}}=(۲)^۲\Rightarrow S_{ABC}=\frac{۱۶}{۴}=۴$$

(فیروزی) (فصل دوم ـ تبدیل‌ها ـ تجانس)

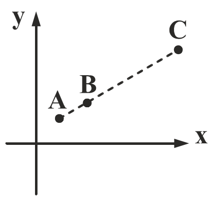
۴- گزینه «۱» ـ مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ در رأس A قائمه است زیرا، $BC^۲=AB^۲+AC^۲$ است. پس فاصله A از EF معادل است با:



$$\begin{cases}AH'=k(AH)\Rightarrow AH'=\dfrac{\sqrt{۳}}{۲}(\dfrac{۴\times۴\sqrt{۳}}{۸})=۳\\ AH=\dfrac{AB\times AC}{BC}\end{cases}$$

(میرعظیم) (فصل دوم ـ تجانس)

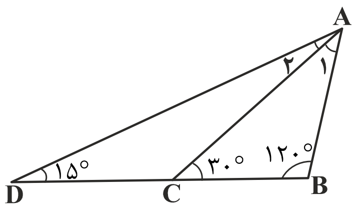
۵- گزینه «۱» ـ سه نقطه A، B و C روی خط به معادله $y=\frac{۱}{۲}x$ قرار دارند. پس مختصات C روی خط برقرار است.



$$a=\frac{۱}{۲}(۱۰)=۵$$
$$k=\frac{AC}{AB}=\frac{\sqrt{(۱۰-۲)^۲+(۵-۱)^۲}}{\sqrt{(۴-۲)^۲+(۲-۱)^۲}}=\frac{۴\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}}=۴$$

(میرعظیم) (فصل دوم ـ تجانس)

۶- گزینه «۳» ـ



$$\begin{cases}\hat{A}_۱=۳۰°\\ \hat{D}=۱۵°\,,\hat{A}_۲=۱۵°\Rightarrow AC=DC=\sqrt{۶}+\sqrt{۲}\end{cases}$$

$$A\hat{B}C:\frac{AB}{\sin۳۰}=\frac{AC}{\sin۱۲۰}\Rightarrow\frac{x}{\frac{۱}{۲}}=\frac{\sqrt{۶}+\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}\Rightarrow x=\sqrt{۲}(۱+\frac{\sqrt{۳}}{۳})$$

(میرعظیم) (فصل سوم ـ قضیه سینوس‌ها)

۷- گزینه «۴» ـ

$$\frac{a}{\sin A}=۲R\Rightarrow a=۲R\sin\hat{A}(۱)$$

$$\begin{cases}\hat{A}+\hat{B}+\hat{C}=۱۸۰\\ \hat{B}-\hat{C}=۹۰\end{cases}\Rightarrow A+۲C=۹۰\Rightarrow A=۹۰-۲C\Rightarrow\sin A=\sin(۹۰-۲C)\Rightarrow\sin\hat{A}=\cos۲\hat{C}(۲)\xrightarrow[(۲)]{(۱)}a=۲R\cos۲\hat{C}$$

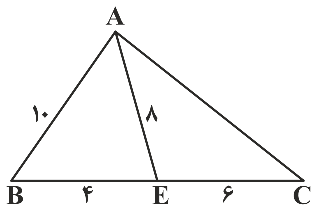
(میرعظیم) (فصل سوم ـ قضیه سینوس‌ها و شعاع دایره محیطی مثلث)

۸- گزینه «۲» ـ

$$\mathrm{Sin}^{۲}A+\mathrm{Sin}^{۲}B=۱ \xrightarrow{\text{مثلث منفرجه الزاویه نیست}} \hat{A}+\hat{B}=۹۰^\circ \Rightarrow R=\frac{c}{۲}$$

(میرعظیم) (فصل سوم ـ شعاع دایره محیطی مثلث)

۹- گزینه «۲» ـ

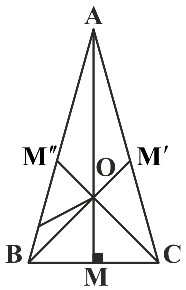


$$\overset{\Delta}{AEB}: AE^{۲}=AB^{۲}+BE^{۲}-۲AB\cdot BE\cos B \Rightarrow ۶۴=۱۰۰+۱۶-۲(۱۰)(۴)\cos B \Rightarrow \cos B=\frac{۵۲}{۸۰}$$

$$\overset{\Delta}{ABC}: AC^{۲}=AB^{۲}+BC^{۲}-۲AB\cdot BC\cos B \Rightarrow AC^{۲}=۱۰۰+۱۰۰-۲(۱۰)(۱۰)(\frac{۵۲}{۸۰}) \Rightarrow AC^{۲}=۷۰ \Rightarrow AC=\sqrt{۷۰}$$

(میرعظیم) (فصل سوم ـ قضیه کسینوس‌ها)

۱۰- گزینه «۴» ـ مثلث متساوی‌الساقین است و داریم:



$$OM=\frac{۱}{۳}AM$$

$$CO=\frac{۲}{۳}CM\,,\ BO=\frac{۲}{۳}BM'$$

$$BO^{۲}+CO^{۲}=۲OM^{۲}+\frac{BC^{۲}}{۲} \Rightarrow (\frac{۱۰}{۳})^{۲}+(\frac{۱۰}{۳})^{۲}=۲(\frac{۸}{۳})^{۲}+\frac{BC^{۲}}{۲} \Rightarrow BC=۴$$

$$\Rightarrow S_{\overset{\Delta}{ABC}}=\frac{AM\cdot BC}{۲}=\frac{۸\times۴}{۲}=۱۶$$

(میرعظیم) (فصل سوم ـ قضیه میانه‌ها)