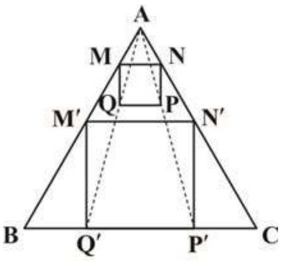
هندسه ۲

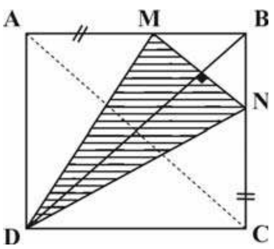
۱- گزینه «۴» ـ نقطه C دوران یافته نقطه B و D دوران‌یافته E حول A است. (زاویه دوران یافته ۵۰°) پس پاره‌خط CD دوران یافته BE است. بنابراین $\alpha = ۱۳۰^\circ$ است. (فیروزی) (فصل دوم ـ کاربرد تبدیل‌ها)

۲- گزینه «۴» ـ در مثلث ABC، مربع $MNPQ$ را طوری رسم می‌کنیم که MN موازی ضلع BC است. AP و AQ را امتداد می‌دهیم تا ضلع BC را به‌ترتیب در نقطه‌های P' و Q' قطع کند. از P' و Q' عمودهایی برضلع BC رسم می‌کنیم تا ضلع‌های AC و AB را به‌ترتیب در N' و M' قطع کند. توجه کنید که مربع‌های $MNPQ$ و $M'N'P'Q'$ متجانس یکدیگرند.



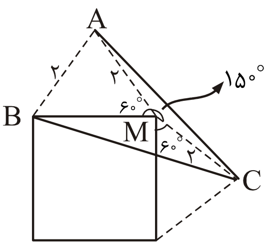
(ریاضی ـ ۹۴) (فصل دوم ـ کاربرد تبدیل‌ها)

۳- گزینه «۱» ـ از نمادگزاری شکل زیر استفاده می‌کنیم. اگر قطر BD را رسم کنیم. BD عمودمنصف قطر AC و در نتیجه عمودمنصف MN است. بنابراین DN و DM بازتاب یکدیگر نسبت به قطر BD هستند و چون بازتاب تبدیل طولپا است، پس $DM = DN$. بنابراین با تبدیل بازتاب می‌توان نشان داد، مثلث رنگی متساوی‌الساقین است.



(فیروزی) (فصل دوم ـ کاربرد تبدیل‌ها)

۴- گزینه «۲» ـ طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث AMC داریم:



$$AC^۲ = AM^۲ + MC^۲ - ۲AM\times MC\cos ۱۵۰^\circ \Rightarrow AC^۲ = ۴+۴-۸\times(-\frac{۱}{۲})$$

$$AC^۲ = ۱۲ \Rightarrow AC = ۲\sqrt{۳}$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ روابط طولی ـ قضیه کسینوس‌ها)

۵- گزینه «۲» ـ

$$\frac{a}{\sin A} = \underbrace{\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}}_{(۱)}$$

$$\xrightarrow{(۱)} \frac{۴\sqrt{۲}}{\frac{\sqrt{۲}}{۲}} = \frac{۴}{\sin C} \Rightarrow \sin C = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = ۳۰^\circ \Rightarrow \hat{A} = ۱۰۵^\circ \\ \hat{C} = ۱۵۰^\circ \Rightarrow \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ روابط طولی ـ قضیه سینوس‌ها)

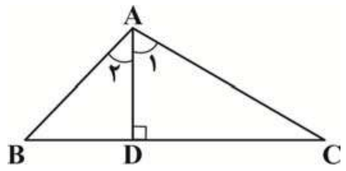
۶- گزینه «۳» ـ طبق قضیه کسینوس‌ها، چون $۸۰ = ۴^۲ + ۸^۲ < ۸۱ = ۹^۲$ پس $BC^۲ > AB^۲ + AC^۲$ یعنی $\hat{A} > ۹۰^\circ$ یعنی مثلث منفرجه الزاویه است. بنابراین محل برخورد عمودمنصف‌های مثلث یعنی مرکز دایره محیطی مثلث خارج مثلث است.
(فیروزی) (فصل سوم ـ روابط طولی در مثلث ـ قضیه کسینوس‌ها)

۷- گزینه «۴» ـ با توجه به قضیه سینوس‌ها داریم:

$$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \frac{a}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{a\sqrt{۳}}{\sin\hat{B}} \Rightarrow \sin\hat{B} = \frac{۳}{۲}$$

اما $\sin\hat{B}$ نمی تواند از یک بزرگ‌تر باشد، بنابراین چنین مثلثی قابل رسم نیست. (فیروزی) (فصل سوم ـ قضیه سینوس‌ها)

۸- گزینه «۴» ـ با توجه به نسبت‌های ایجاد شده در اضلاع دو مثلث قائم‌الزاویه خواهیم داشت:



$$\frac{\frac{CD}{AD}}{\frac{AC}{AD}} = \frac{CD}{AC} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \sin\widehat{A_۱} = \frac{CD}{AC} = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \widehat{A_۱} = ۶۰^\circ$$

$$\overset{\Delta}{ADC}: \hat{C} = ۱۸۰^\circ - (۶۰^\circ + ۹۰^\circ) = ۳۰^\circ$$

$$\sin\hat{B} = \frac{AD}{AB} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \hat{B} = ۴۵^\circ \Rightarrow \widehat{A_۲} = ۹۰^\circ - \hat{B} = ۴۵^\circ \Rightarrow \frac{B\hat{A}C}{A\hat{C}D} = \frac{۴۵^\circ + ۶۰^\circ}{۳۰^\circ} = \frac{۱۰۵^\circ}{۳۰^\circ} = \frac{۷}{۲}$$

(گروه مؤلفان علــوی) (فصل سوم ـ روابط طولی ـ مثلث قائم‌الزاویه)

۹- گزینه «۱» ـ

$$\frac{a}{\sin A} = ۲R$$

$$\min R = \frac{a}{۲\times\max\sin A} \xlongequal{\max(\sin A) = ۱} \frac{۶}{۲\times ۱} = ۳$$

شعاع دایره محیطی نمی‌تواند کم‌تر از ۳ باشد. (کتاب همراه علــوی) (فصل سوم ـ روابط طولی ـ قضیه سینوس‌ها)

۱۰- گزینه «۳» ـ کوچک‌ترین میانه، میانه وارد بر بزرگ‌ترین ضلع است. یعنی m_b را به‌دست می‌آوریم:

$$a^۲ + c^۲ = ۲m_b^۲ + \frac{b^۲}{۲} \Rightarrow \sqrt{۷}^۲ + ۳^۲ = ۲m_b^۲ + \frac{۴^۲}{۲} \Rightarrow ۱۶ = ۲m_b^۲ + ۸ \Rightarrow m_b^۲ = ۴ \Rightarrow m_b = ۲$$

(فیروزی) (فصل سوم ـ روابط طولی در مثلث ـ قضیه کسینوس‌ها)