پاسخنامه تشریحی

۱ - گزینه ۴ جایگاه پایان رونویسی قسمتی از DNA است و رونویسی می‌شود، پس دارای قند دئوکسی ریبوز است.

۲ - گزینه ۳ لاکتوز به مهارکننده متصل می‌شود و تغییراتی در شکل آن پدید می‌آورد. بر اثر این تغییر شکل، مهارکننده دیگر نمی‌تواند به اپراتور متصل شود و بنابراین اپران روشن می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ ۱: لاکتوز در محیط کشت تولید نمی‌شود.

گزینهٔ ۲: با روشن شدن ژن، آنزیم‌های تجزیه‌کنندهٔ لاکتوز تولید می‌شوند. کلًا لاکتوز درون باکتری تولید نمی‌شود.

گزینهٔ ۴: پروتئین تنظیمی یا همان مهارکنندهٔ از روی ژن تنظیم‌کننده تولید می‌شود، نه از روی ژن‌های ساختاری!

۳ - گزینه ۳ منظور سؤال ژن‌های موجود در یاخته پشتیبان (از یاخته‌های یوکاریوتی) هستند.

راه‌انداز ژن درنزدیکی نقطهٔ آغاز رونویسی قرار دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) بسپارهای حاصل از بیان ژن، رنا و پروتئین‌اند. در ساختار رناتن رنای رناتنی و پروتئین خاص رناتن به‌کار رفته است، ولی هرژنی که رنای رناتنی یا پروتئین رناتنی نمی‌سازد!

۲) در هر ژن تنها از یکی از دو رشته دنا الگوی رونویسی می‌شود ولی توجه داشته باشید که از روی هر ژنی رنای پیک ساخته نمی‌شود! ممکن است ژن مربوط به ساخت رنای ناقل باشد که رونویسی آن توسط آنزیم رنابسپاراز ۳ یا مربوط به ساخت رنای رناتنی باشد که رو نویسی آن توسط آنزیم رنابسپاراز ۱ انجام می‌شود.

۴) بحث در مورد ژن‌های موجود در یاخته‌های پشتیبان است. پایانهٔ آسه بخشی از نورون است!

۴ - گزینه ۳ پس از جدا شدن آمینواسید از رنای ناقل در جایگاه P این آمینواسید در جایگاه A با آمینواسید متصل به رنای ناقل تشکیل پیوند پپتیدی می‌دهد. دقت کنید که پیش از این رنای ناقل حاوی آمینواسید وارد جایگاه A شده و با کدون آن جایگاه پیوند هیدروژنی تشکیل داده است.

۵ - گزینه ۳ هلیکاز در فرایند همانندسازی دخالت دارد نه رونویسی.

۶ - گزینه ۳ در مرحلهٔ آغاز $tRNA$ آغازگر و در مرحلهٔ پایان $tRNA$ مربوط به کدون قبل از کدون پایان در ساختار رناتن وجود دارد. در مرحلهٔ طویل شدن نیز دو $tRNA$ به طور هم‌زمان درون رناتن قرار دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): تشکیل پیوندهای پپتیدی فقط در مرحلهٔ طویل شدن انجام می‌شود.

گزینهٔ (۲): در مرحلهٔ پایان مولکولی که وارد می‌شود عامل پایان ترجمه است که فاقد جایگاه اتصال برای آمینواسید است.

گزینهٔ (۴): $rRNA$ مسئول تشکیل پیوندهایی پپتیدی می‌باشد که این عمل را در مرحلهٔ طویل شدن انجام می‌دهد.

۷ - گزینه ۳ با اتصال پروتئین مهارکننده به اپراتور جلوی حرکت RNA پلی‌مراز گرفته می‌شود و ژن خاموش می‌شود.

۸ - گزینه ۲ رنای چند ژنی مخصوص باکتری‌هاست لذا RNA پلی‌مراز پروکاریوتی مسئول رونویسی از این ژن‌ها است.

۹ - گزینه ۳ باکتری‌ها هسته ندارند!

رد سایر گزینه‌ها:

در پروکاریوت‌ها تنظیم بیان ژن می‌تواند در هر یک از مراحل ساخت رنا و پروتئین انجام شود و در یوکاریوت‌ها تنظیم بیان ژن در قبل و بعد از رونویسی می‌تواند رخ دهد.

۱۰ - گزینه ۲ در نبود گلوکز و در محیط دارای لاکتوز، ژن باکتری روشن می‌شود چون لاکتوز به پروتئین مهارکننده وصل می‌گردد و ضمن ایجاد تغییر شکل در آن، مانع از اتصالش به اپراتور می‌شود. پس رونویسی صورت می‌گیرد و یک $mRNA$ سه ژنی تولید می‌شود اما رونویسی از روی ژنی که مهارکننده را می‌سازد، به وجود یا عدم وجود لاکتوز و گلوکز ربطی ندارد و عوامل رونویسی مربوط به یوکاریوت‌ها می‌باشند و با حضور لاکتوز سنتز $mRNA$ از ژن‌ها (سه ژن) ادامه می‌یابد.

۱۱ - گزینه ۴ - گزینهٔ ۱ در مورد مرحلهٔ طویل شدن به درستی بیان شده است.

- علاوه بر آنتی‌کدون توسط دو بازوی کناری خود روی ریبوزوم نگهداری می‌شود.

- ساختار سه بعدی آن در سلول شبیه حرف L است.

۱۲ - گزینه ۲ $tRNA$ای که از جایگاه آمینواسید ریبوزوم خارج می‌شود دارای حداقل دو آمینواسید است.

به این نکته توجه کنید که راه‌انداز قسمتی از ژن نیست.

بررسی موارد در سایر گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: در مرحله‌ی آغاز ترجمه پس از اتصال بخش کوچک‌تر ریبوزوم در مجاورت کدون آغاز به $mRNA$، $tRNA$ آغازگر به ریبوزوم وارد شده و با کدون آغاز رابطه‌ی مکملی برقرار است.

گزینه‌ی ۳: در مرحله‌ی اول رونویسی، RNA پلی‌مراز به بخشی از دنا به نام راه‌انداز متصل می‌شود و از بخشی از ژن رونویسی نیز انجام می‌دهد.

گزینه‌ی ۴: در مرحله‌ی دوم رونویسی، RNA پلی‌مراز دو رشته‌ی DNA را از یکدیگر باز می‌کند.

۱۳ - گزینه ۳ رد گزینهٔ «۱»: در سلول ماهیچه‌ای دوسر بازوی فرد بالغ، ژن تولید کننده آنزیم‌های دوپامین روشن نیست.

رد گزینهٔ «۲»: در سلول ماهیچه‌ای دوسر بازوی فرد بالغ، ژن هلیکاز و دنابسپاراز عموماً خاموش است.

اثبات گزینهٔ «۳»: در سلول ماهیچه‌ای دوسر بازوی فرد بالغ، ژن تولید رنابسپاراز ۱ و ۲ و۳ ومیوگلوبین روشن است.

رد گزینهٔ «۴»: در سلول ماهیچه‌ای دوسر بازوی فرد بالغ، کلاژن تولید نمی‌شود.

۱۴ - گزینه ۲ مرحله‌ی طویل شدن ترجمه، با ورود $tRNA$ی حامل دومین آمینواسید به جایگاه A ریبوزوم شروع می‌شود.

۱۵ - گزینه ۲ رونویسی از دنا همواره منجر به تولید ترکیب قنددار می شود.

۱۶ - گزینه ۳ یونش را برای ترکیب‌های مولکولی در نظر می گیریم، چون طبق تعریف به فرایندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون‌های مثبت و منفی تبدیل می‌شود؛ یونش می گویند. پس استفاده از لفظ یونش برای ترکیب های یونی مانند منیزیم هیدروکسید نادرست است و باید از عبارت «تفکیک یونی» استفاده کرد.

۱۷ - گزینه ۳ عبارت‌های «آ» و «پ» درست هستند.

بررسی موارد نادرست:

ب) مقایسهٔ غلظت گونه‌ها در محلول الکترولیت HA به‌صورت زیر خواهد بود. به‌دلیل یونیده شدن کامل HA، تقریباً مولکول‌های یونیده نشده در محلول یافت نخواهد شد و مقدار آن‌ها در حد صفر است.

$$[H^+] = [A^-] >> [HA]$$

ت) HA یک اسید قوی است. اما HF یک اسید ضعیف بوده و نمی‌توان آن را به HA نسبت داد.

۱۸ - گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: N_2O_5 یک اکسید اسیدی است و رنگ کاغذ pH را قرمز می‌کند و براثر واکنش دو مول از آن با آب، مجموعاً هشت مول یون تولید می‌شود:

$$2N_2O_5(s) + 2H_2O(l) \rightarrow 4HNO_3(aq)$$
$$4HNO_3(aq) \rightarrow 4H^+(aq) + 4NO_3^-(aq)$$

گزینهٔ «۲»: سدیم اکسید (Na_2O) یک اکسید بازی بوده و رنگ کاغذ pH را آبی می‌کند و هر مول از آن در نهایت چهار مول یون تولید می‌کند.

$$Na_2O(s) + H_2O(l) \rightarrow 2NaOH(aq)$$
$$2NaOH(aq) \rightarrow 2Na^+(aq) + 2OH^-(aq)$$

گزینهٔ «۳»: کلسیم‌اکسید (CaO) یک اکسید بازی بوده و رنگ کاغذ pH را آبی می‌کند و دو مول از آن در نهایت شش مول یون تولید می‌کند:

$$2CaO(s) + 2H_2O(l) \rightarrow 2Ca(OH)_2(aq)$$
$$2Ca(OH)_2(aq) \rightarrow 2Ca^{2+}(aq) + 4OH^-(aq)$$

گزینهٔ «۴»: استیک اسید در آب به‌طور جزئی یونش می‌یابد و هر مول از آن، کم‌تر از دو مول یون تولید می‌کند. کاغذ pH در محلول استیک اسید، قرمز رنگ می‌شود.

۱۹ - گزینه ۴

$$CH_3COOH \rightleftharpoons CH_3COO^-(aq) + H^+(aq)$$

$$K_a = \frac{[CH_3COO^-][H^+]}{[CH_3COOH]} = \frac{2 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^{-4}}{[CH_3COOH]} = 1/8 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow [CH_3COOH] = 22 \times 10^{-4}$$

$$\text{درصد یونش} = \frac{\text{غلظت یون هیدرونیوم}}{\text{غلظت استیک اسید اولیه}} \times 100$$

غلظت استیک اسید موجود در تعادل = غلظت استیک اسید اولیه − غلظت استیک اسید یونیده شده

$$= 22 \times 10^{-4} + 2 \times 10^{-4} = 24 \times 10^{-4} mol \cdot L^{-1}$$

$$\text{درصد یونش} = \frac{2 \times 10^{-4}}{24 \times 10^{-4}} \times 100 \simeq 8/3\%$$

۲۰ - گزینه ۳ بررسی موارد:

مورد الف) درست است.

مورد ب) نادرست؛ علاوه‌بر زنجیرهٔ هیدروکربنی حلقهٔ بنزنی نیز جزو بخش ناقطبی آن محسوب می‌شود.

پ) درست است.

ت) نادرست؛ در ساختار این پاک‌کننده ۹ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۲۱ - گزینه ۲ بررسی موارد:

مورد آ) نادرست. رسانایی الکتریکی در محلول HB، HA به قدرت اسیدی (ثابت یونش اسیدی) و همچنین غلظت یون‌ها بستگی دارد.

مورد ب) نادرست. میزان انحلال‌پذیری یک اسید یا باز تأثیری بر ثابت یونش آن ندارد. به‌عنوان مثال، آمونیاک انحلال‌پذیری خوبی در آب دارد ولی باز ضعیف است (ثابت یونش کوچکی دارد.)

مورد پ) نادرست. درجهٔ یونش یک اسید به قدرت اسید (ثابت یونش اسید) و همچنین غلظت آن وابسته است.

مورد ت) درست. قدرت اسیدی تنها به ثابت یونش اسید بستگی دارد.

۲۲ - گزینه ۲ الف) تنها در صورتی درست است که محلول، یک محلول اسیدی مانند HF باشد. (غلط)

ب) درست است.

ج) این نسبت برابر درجهٔ یونش است. (غلط)

د) درست است.

۲۳ - گزینه ۱ فقط عبارت دوم نادرست است. پاک‌کننده‌های غیرصابونی در آب‌های سخت رسوب نمی‌کنند.

بررسی عبارت آخر:

$$\underbrace{RCOO^-Na^+}_{\text{صابون جامد}} \Rightarrow C_nH_{۲n+۱}COO^-Na^+$$

$$۲n+۱=۳۵ \Rightarrow n=۱۷$$

درنتیجه فرمول مولکولی صابون مورد نظر $C_{۱۸}H_{۳۵}O_۲Na$ می‌باشد.

$$\text{درصد جرمی } O = \frac{۲\times ۱۶}{۳۰۶}\times ۱۰۰ \simeq ۱۰٫۴\%$$

۲۴ - گزینه ۲

حل کردن سدیم اکسید در آب تولید $NaOH$ می‌کند:

$$Na_۲O + H_۲O \rightarrow \underbrace{۲NaOH}_{۲Na^+,۲OH^-} \Rightarrow \text{۴ مول یون}$$

$$CaO + H_۲O \rightarrow \underbrace{Ca(OH)_۲}_{Ca^{۲+},۲OH^-} \Rightarrow \text{۳ مول یون}$$

* آمونیاک، الکترولیت ضعیف است و در آب به‌طور عمده به صورت مولکولی حل می‌شود و به مقدار کم یون تولید می‌کند:

$$NH_۳ + H_۲O \rightarrow \underbrace{NH_۴OH}_{NH_۴^+,OH^-} \simeq \text{کمتر از ۲ مول یون}$$

$$CaCl_۲ \xrightarrow{H_۲O} Ca^{۲+} + ۲Cl^- \Rightarrow \text{۳ مول یون}$$

چون تعداد یون‌ها در محلول $Na_۲O$ بیشتر است، درنتیجه رساناتر است.

۲۵ - گزینه ۳ ابتدا pH محلول را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = -\log[H^+] = -\log ۴\times ۱۰^{-۳} = ۳ - \log ۴ = ۲٫۴$$

حال با توجه به رابطه درجه یونش داریم:

$$[H^+] = [HA]_{\text{اولیه}}\cdot\alpha \Rightarrow ۴\times ۱۰^{-۳} = ۰٫۱\times\alpha \Rightarrow \alpha = ۴\times ۱۰^{-۲} \rightarrow \text{درصد یونش} = ۴\times ۱۰^{-۲}\times ۱۰۰ = ۴$$

۲۶ - گزینه ۳

معادلهٔ مستقل از شتاب : $\Delta x = \frac{v+v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow ۰ - ۱۲ = \frac{۰+v_۰}{۲}\times ۴ \Rightarrow v_۰ = -۶m/s$

با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در $t=۴$ است، سرعت در $t=۸s$، هم‌اندازهٔ سرعت در لحظهٔ صفر است، پس: $v=+۶m/s$

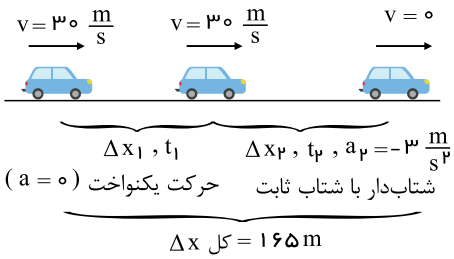
۲۷ - گزینه ۳ جرم (۲) از جرم (۱) کمتر است.

$$F_۲ = F_۱ \rightarrow m_۱a_۱ = m_۲a_۲ \xrightarrow{m_۲<m_۱} a_۲ > a_۱$$

بنابراین در یک زمان یکسان:

$$\begin{cases}\Delta t_۲ = \Delta t_۱ = \Delta t\\ \Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲\Delta t^۲\\ \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱\Delta t^۲\end{cases} \rightarrow \Delta x_۲ > \Delta x_۱ \rightarrow (\text{بین } A \text{ و } O \text{ به هم می‌رسند.})$$

۲۸ - گزینه ۴ در مدت زمان واکنش راننده ($t_۱$) متحرک با سرعت ثابت ($v = ۱۰۸\frac{km}{h} = ۳۰\frac{m}{s}$) حرکت می‌کند و در مدت زمان ترمز ($t_۲$) اتومبیل با شتاب ثابت (کندشونده) حرکت می‌کند.



ابتدا جابه‌جایی متحرک در مرحلهٔ دوم را با استفاده از رابطهٔ $v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$ محاسبه می‌کنیم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۹۰۰ = ۲(-۳)\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۱۵۰m$$

$$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۱۶۵m \Rightarrow \Delta x_۱ + ۱۵۰ = ۱۶۵ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۱۵m$$

$$\Delta x_۱ = vt_۱ \Rightarrow ۱۵ = ۳۰t_۱ \Rightarrow t_۱ = \frac{۱}{۲}s$$

برای محاسبهٔ زمان حرکت متحرک در مرحلهٔ دوم از معادلهٔ $v = at + v_{\circ}$ استفاده می‌کنیم.

$$v = a_{۲}t_{۲} + v_{\circ} \xrightarrow[\substack{v_{\circ}=۳۰ \\ a=-۳}]{v=\circ} \circ = (-۳)t_{۲} + ۳\circ \Rightarrow t_{۲} = ۱\circ s$$

$\frac{t_{۲}}{t_{۱}}$ برابر است با: $\frac{t_{۲}}{t_{۱}} = \frac{۱\circ}{\frac{۱}{۲}} = ۲\circ$

۲۹ - گزینه ۳ با توجه به نمودار، شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ در لحظهٔ $t = \circ$ برابر صفر است، پس $v_{\circ} = \circ$ است.

$$x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{\circ}t + x_{\circ} \Rightarrow ۱\circ = \frac{۱}{۲}a(۶)^{۲} + \circ - ۸ \Rightarrow a = ۱$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{\circ}t + x_{\circ} \Rightarrow \circ = \frac{۱}{۲} \times t^{۲} - ۸ \Rightarrow t^{۲} = ۱۶ \Rightarrow t = ۴$$

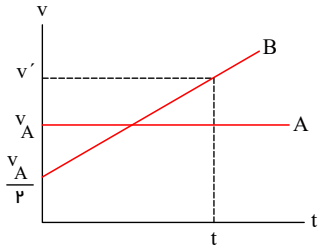
لحظه‌ای که متحرک از مبدأ عبور می‌کند.

$$v = at + v_{\circ} \Rightarrow v = ۱ \times ۴ + \circ = ۴\frac{m}{s}$$

۳۰ - گزینه ۲ از رسم نمودار $(v - t)$ استفاده شود:

شرط اینکه اتومبیل B به A برسد این است که جابه‌جایی آنها از لحظهٔ سبقت اتومبیل A از B تا لحظهٔ رسیدن اتومبیل B به A با هم برابر باشد. ($t = \circ$ را لحظه‌ای در نظر می‌گیریم که اتومبیل A از B سبقت می‌گیرد):

$$\Delta x_A = \Delta x_B \to v_A \not{t} = (\frac{v' + \frac{v_A}{۲}}{۲})\not{t} \to ۲v_A = v' + \frac{v_A}{۲} \to v' = \frac{۳}{۲}v_A$$



۳۱ - گزینه ۳ در آزمایش اول که نخ را به آرامی می‌کشیم، اثر نیروی وارده بر نخ فرصت انتقال پیدا می‌کند و از قسمت بالای وزنه پاره می‌شود چون نیروی کشش نخ در قسمت بالا بیشتر است.
درآزمایش دوم که نخ را به صورت ضربه ای و آنی می‌کشیم ، اثر نیرو فرصت انتقال پیدا نمی‌کند و از قسمت پایین پاره می‌شود.

۳۲ - گزینه ۱ جهت مثبت را برای هر متحرک به‌طور جداگانه همان جهت حرکت خودش فرض می‌کنیم.

$$\Delta x_{۱} = \frac{۱}{۲}a_{۱}t^{۲} + v_{\circ ۱}t = \frac{۱}{۲} \times ۲t^{۲} + ۱\circ t = t^{۲} + ۱\circ t$$

$$\Delta x_{۲} = \frac{۱}{۲}a_{۲}t^{۲} + v_{\circ ۲}t = \frac{۱}{۲} \times ۴t^{۲} + ۲\circ t = ۲t^{۲} + ۲\circ t$$

$$|\Delta x_{۱}| + |\Delta x_{۲}| = ۱۱۲۵ \Rightarrow ۳t^{۲} + ۳\circ t = ۱۱۲۵$$

$$\Rightarrow t^{۲} + ۱\circ t - ۳۷۵ = \circ \Rightarrow t = \frac{-۵ \pm \sqrt{۲۵ + ۳۷۵}}{۱}$$

$$\Rightarrow t_{۱} = ۱۵s\,,\, t_{۲} = -۲۵s \Rightarrow t = ۱۵s$$

۳۳ - گزینه ۱ معادلهٔ مکان - زمان درجهٔ ۲ برحسب زمان است. بنابراین حرکت با شتاب ثابت بر خط راست است. (مشابه کتاب درسی از مشتق کمک نمی‌گیریم.)

$$\begin{cases} x = ۲t^{۲} + ۴t - ۸ \\ x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{\circ}t + x_{\circ} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{۲} = ۲ \to a = +۴ \\ v_{\circ} = +۴ \end{cases} \to v = at + v_{\circ} = ۴t + ۴$$

مشخص است که $v \neq \circ$ یعنی متحرک بر خط راست، بدون تغییر جهت است.

بنابراین: $\frac{L}{|\Delta x|} = ۱$

۳۴ - گزینه ۴

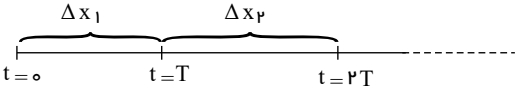
با نوشتن معادلهٔ جابه‌جایی برای ثانیهٔ اول و دو ثانیهٔ اول، می‌توان نسبت آنها را پیدا کرد.

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^{۲}$$

$$\begin{cases} t = ۱s \Rightarrow \Delta x_{۱} = \frac{۱}{۲}a \times ۱^{۲} = \frac{۱}{۲}a \text{ (ثانیهٔ اول)} \\ t = ۲s \Rightarrow \Delta x_{۲} = \frac{۱}{۲}a \times ۲^{۲} = ۲a \text{ (دو ثانیهٔ اول)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جابه‌جایی دو ثانیهٔ اول}}{\text{جابه‌جایی ثانیهٔ دوم}} = \frac{\Delta x_{۲}}{\Delta x_{۲} - \Delta x_{۱}} = \frac{۲a}{۱٫۵a} = \frac{۴}{۳}$$

۳۵ - گزینه ۴



با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط متحرک داریم:

$$\frac{v_۰ + \overbrace{v_۰ + aT}^{v_۱}}{۲} = \frac{\Delta x_۱}{T} \Rightarrow \Delta x_۱ = v_۰ T + \frac{aT^۲}{۲}$$

$$\frac{\overbrace{v_۰ + aT}^{v_۱} + \overbrace{v_۰ + ۲aT}^{v_۲}}{۲} = \frac{\Delta x_۲}{T} \Rightarrow \Delta x_۲ = v_۰ T + \frac{aT^۲}{۲} + aT^۲ = \Delta x_۱ + aT^۲$$

$$\Rightarrow \Delta x_n = \Delta x_۱ + (n-۱)aT^۲$$

متحرک A: $\Delta x_۴ = \Delta x_۱ + ۳a_A T^۲ \xrightarrow[\Delta x_۱ = ۲۵m]{\Delta x_۴ = ۴۵m} ۳a_A T^۲ = ۲۰\,m \quad (۱)$

متحرک B: $\Delta x_۴ = \Delta x_۱ + ۳a_B T^۲ \xrightarrow[\Delta x_۴ = ۴۰m]{\Delta x_۱ = ۱۵m} ۳a_B T^۲ = ۲۵m \quad (۲)$

$$(۱)\,,\,(۲) \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{۲۰}{۲۵} = \frac{۴}{۵}$$

روش دوم:

بین لحظه‌های $t = ۰$ و $t = T$:

$$\Delta x_A = \frac{۱}{۲}a_A T^۲ + v_{۰_A} T \quad (۱)$$

$$\Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B T^۲ + v_{۰_B} T \quad (۲)$$

بین لحظه‌های $t = ۳T$ و $t = ۴T$:

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x_A = \frac{۱}{۲}a_A T^۲ + v_A T \\ v_A = a_A(۳T) + v_۰\end{array}\right\} \Delta x_A = \frac{۱}{۲}a_A T^۲ + ۳a_A T^۲ + v_{۰_A} T \quad (۳)$$

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B T^۲ + v_B T \\ v_B = a_B(۳T) + v_۰\end{array}\right\} \Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B T^۲ + ۳a_B T^۲ + v_{۰_B} T \quad (۴)$$

$$\left.\begin{array}{l}(۳) - (۱) = ۳a_A T^۲ = ۲۰ \\ (۴) - (۲) = ۳a_B T^۲ = ۲۵\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{۲۰}{۲۵} = \frac{۴}{۵}$$

۳۶ - گزینه ۲ روش اول: از لحظهٔ $t = ۶$ تا لحظهٔ $t = ۰$ برمی‌گردیم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t \xrightarrow[\Delta x = ۱۸m]{v_۰ = ۰, t = ۶s} ۱۸ = \frac{۱}{۲}a(۶)^۲ \rightarrow a = ۱\frac{m}{s^۲}$$

روش دوم:

نمودار مکان - زمان یک سهمی است بنابراین حرکت بر روی محور x، با شتاب ثابت است؛ در بازهٔ زمانی صفر تا $t = ۶s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \rightarrow ۰ - ۱۸ = (\frac{۰ + v_۰}{۲})(۶) = ۳v_۰ \rightarrow v_۰ = -۶m/s$$

$$v = at + v_۰ \rightarrow ۰ = a \times ۶ + (-۶) \rightarrow a = ۱m/s^۲$$

روش سوم:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ \\ v = at + v_۰ \end{cases} \xrightarrow[\text{صفر تا } ۶s]{\text{در بازهٔ زمانی}} \begin{cases} ۰ = \frac{۱}{۲}a \times ۶^۲ + v_۰ \times ۶ + ۱۸ \rightarrow a = ۱m/s^۲ \\ ۰ = a \times ۶ + v_۰ \rightarrow v_۰ = -۶a \end{cases}$$

۳۷ - گزینه ۱ ابتدا تمام زوایا را برحسب ۱۵° می‌نویسیم:

$$\cos ۲۸۵^\circ = \cos(۲۷۰^\circ + ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ \;,\; \sin ۲۵۵^\circ = \sin(۲۷۰^\circ - ۱۵^\circ) = -\cos ۱۵^\circ$$

$$\sin ۵۲۵^\circ = \sin(۵۴۰^\circ - ۱۵^\circ) = \sin(۱۸۰^\circ - ۱۵^\circ) = \sin ۱۵^\circ \;,\; \sin ۱۰۵^\circ = \sin(۹۰^\circ + ۱۵^\circ) = \cos ۱۵^\circ$$

بنابراین داریم: $\frac{\cos ۲۸۵^\circ - \sin ۲۵۵^\circ}{\sin ۵۲۵^\circ - \sin ۱۰۵^\circ} = \frac{\sin ۱۵^\circ + \cos ۱۵^\circ}{\sin ۱۵^\circ - \cos ۱۵^\circ}$

صورت و مخرج را بر $\cos ۱۵^\circ$ تقسیم می‌کنیم. در نتیجه:

$$\frac{\tan ۱۵^\circ + ۱}{\tan ۱۵^\circ - ۱} = \frac{۰/۲۸ + ۱}{۰/۲۸ - ۱} = \frac{۱/۲۸}{-۰/۷۲} = \frac{-۱۲۸}{۷۲} = -\frac{۱۶}{۹}$$

رازی تابان

۳۸ - گزینه ۲ ابتدا دامنه‌ی تعریف دو تابع g, f را بدست می‌آوریم.

$$f(x)=\frac{۱+x^۲}{۱-x^۲} \to D_f=R-\{-۱,۱\}$$

$$g(x)=\sqrt{x-x^۲} \to D_g: x-x^۲ \geq ۰ \to x(۱-x) \geq ۰ \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} ۰ \leq x \leq ۱$$

$$D_{gof}=\{x \in D_f \ , \ f(x) \in D_g\}=\{\underbrace{x \neq ۱, x \neq -۱}_{I} \ , \ ۰ \leq \frac{۱+x^۲}{۱-x^۲} \leq ۱\}$$

$$\overbrace{\frac{۱+x^۲}{۱-x^۲}}^{+} \geq ۰ \to ۱-x^۲>۰ \to x^۲<۱ \to -۱<x<۱ \qquad (II)$$

$$\frac{۱+x^۲}{۱-x^۲} \leq ۱ \to \frac{۱+x^۲}{۱-x^۲}-۱ \leq ۰ \to \frac{۱+x^۲-۱+x^۲}{۱-x^۲} \leq ۰ \to \frac{۲x^۲}{۱-x^۲} \leq ۰$$

$$\to \begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & & -۱ & & ۰ & & +\infty \\ \hline ۰ \leq \text{عبارت} & & - & \text{ت ن} & + & ۰ & + & \text{ت ن} & - \end{array}$$

$$\to x<-۱ \quad \text{یا} \quad x>۱ \quad \text{یا} \quad x=۰ \qquad (III)$$

از اشتراک I و II و III به جواب $x=۰$ می‌رسیم.

۳۹ - گزینه ۱

$$\sin(\alpha-\frac{\pi}{۲})=-\sin(\frac{\pi}{۲}-\alpha)=-\cos\alpha, \ \sin(۳\pi+\alpha)=\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha$$

$$\cos(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)=\sin\alpha \ , \ \cos(\alpha-\pi)=\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$$

$$\frac{\sin(\alpha-\frac{\pi}{۲})+\sin(۳\pi+\alpha)}{\cos(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)+\cos(\alpha-\pi)}=\frac{-\cos\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=\frac{\cos\alpha+\sin\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}$$

$$\xrightarrow{\text{صورت و مخرج را بر } \cos\alpha \text{ تقسیم می‌کنیم}} \frac{۱+\tan\alpha}{۱-\tan\alpha}=\frac{۱+\frac{۲}{۳}}{۱-\frac{۲}{۳}}=۵$$

۴۰ - گزینه ۴ روش اول:

$$۲x-۳=t \Rightarrow ۲x=t+۳ \Rightarrow x=\frac{t+۳}{۲}$$

$$=t^۲+۹+۶t-۷t-۲۱+۱۳=t^۲-t+۱ \Rightarrow f(x)=x^۲-x+۱ \Rightarrow f(t)=۴(\frac{t+۳}{۲})^۲-۱۴(\frac{t+۳}{۲})+۱۳=(t+۳)^۲-۷(t+۳)+۱۳$$

روش دوم: یک عدد دلخواه مانند $x=۲$ را انتخاب می‌کنیم.

$$f(۲x-۳)=۴x^۲-۱۴x+۱۳ \xrightarrow{x=۲} f(۱)=۱۶-۲۸+۱۳ \to f(۱)=۱$$

تنها گزینهٔ چهارم است که اگر به جای x آن عدد یک قرار دهیم T حاصل برابر یک می‌شود.

۴۱ - گزینه ۳ هرکدام از نسبت‌های مثلثاتی داده‌شده را حساب می‌کنیم.

$$\sin\frac{۱۷\pi}{۳}=\sin(۶\pi-\frac{\pi}{۳})=\sin(\frac{-\pi}{۳})=-\sin\frac{\pi}{۳}=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\cos(\frac{-۱۷\pi}{۶})=\cos\frac{۱۷\pi}{۶}=\cos(۳\pi-\frac{\pi}{۶})=\cos(\pi-\frac{\pi}{۶})=-\cos\frac{\pi}{۶}=-\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\tan\frac{۱۹\pi}{۴}=\tan(۵\pi-\frac{\pi}{۴})=\tan(\pi-\frac{\pi}{۴})=-\tan\frac{\pi}{۴}=-۱$$

$$\sin(\frac{-۱۱\pi}{۶})=-\sin\frac{۱۱\pi}{۶}=-\sin(۲\pi-\frac{\pi}{۶})=-\sin(\frac{-\pi}{۶})=\sin\frac{\pi}{۶}=\frac{۱}{۲}$$

بنابراین خواستهٔ سؤال به‌صورت زیر است:

$$\sin(\frac{۱۷\pi}{۳})\cos(\frac{-۱۷\pi}{۶})+\tan(\frac{۱۹\pi}{۴})\sin(\frac{-۱۱\pi}{۶})=(\frac{-\sqrt{۳}}{۲})(\frac{-\sqrt{۳}}{۲})+(-۱)(\frac{۱}{۲})=\frac{۳}{۴}-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۴}$$

۴۲ - گزینه ۳

ابتدا تمام زوایا را برحسب ۲۰° می‌نویسیم:

$$\sin ۲۵۰^\circ = \sin(۲۷۰^\circ - ۲۰^\circ) = -\cos ۲۰^\circ \ , \ \sin ۷۰۰^\circ = \sin(۷۲۰^\circ - ۲۰^\circ) = \sin(-۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ$$
$$\cos ۵۶۰^\circ = \cos(۵۴۰^\circ + ۲۰^\circ) = \cos(۱۸۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\cos ۲۰^\circ \ , \ \cos ۱۱۰^\circ = \cos(۹۰^\circ + ۲۰^\circ) = -\sin ۲۰^\circ$$

بنابراین داریم:

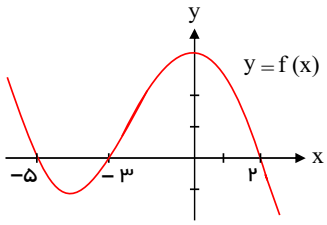
$$\frac{\sin ۲۵۰^\circ + \sin ۷۰۰^\circ}{\cos ۵۶۰^\circ - \cos ۱۱۰^\circ} = \frac{-\cos ۲۰^\circ - \sin ۲۰^\circ}{-\cos ۲۰^\circ + \sin ۲۰^\circ}$$

تمام جملات را بر $\cos ۲۰^\circ$ تقسیم می‌کنیم در نتیجه:

$$\frac{-۱ - \tan ۲۰^\circ}{-۱ + \tan ۲۰^\circ} = \frac{-۱ - ۰/۴}{-۱ + ۰/۴} = \frac{-۱/۴}{-۰/۶} = \frac{۱۴}{۶} = \frac{۷}{۳}$$

۴۳ - گزینه ۴

اگر نمودار $f(x-۲)$ را دو واحد به سمت چپ منتقل کنیم نمودار تابع $f(x)$ به‌دست می‌آید.



برای پیدا کردن دامنه‌ی تعریف $\sqrt{xf(x)}$ باید زیر رادیکال را بزرگ‌تر مساوی صفر قرار دهیم.

$$xf(x) \geq ۰ \rightarrow xy \geq ۰ \xrightarrow{x,y \text{ باید هم علامت باشند}} [-۵,-۳] \cup [۰,۲]$$

۴۴ - گزینه ۲

روش اول:

$$A(-۱,۳) \in f \Rightarrow f(-۱) = ۳ \quad , \quad ۲x - ۵ = -۱ \Rightarrow x = ۲$$
$$y(۲) = ۳f(-۱) - ۷ = ۳ \times ۳ - ۷ = ۲ \Rightarrow A'(۲,۲) \Rightarrow a = ۲ \ , \ b = ۲ \Rightarrow a - b = ۰$$
$$\text{پس: } y(۲) = ۳f(-۱) - ۷ = ۳(۳) - ۷ = ۲ \rightarrow A' \begin{vmatrix} ۲ \\ ۲ \end{vmatrix} \xrightarrow{a=۲ \ , \ b=۲} a - b = ۰$$

روش دوم: تابع f پنج واحد به سمت راست برده شده و سپس طول‌هایش نصف شده و عرض‌هایش ۳ برابر شده و نهایتاً ۷ واحد به پایین برده شده است.

$$\begin{vmatrix} -۱ \\ ۳ \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{پنج واحد راست}} \begin{vmatrix} ۴ \\ ۳ \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{طول‌ها نصف}} \begin{vmatrix} ۲ \\ ۳ \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{عرض سه برابر}} \begin{vmatrix} ۲ \\ ۹ \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{هفت واحد پایین}} A' \begin{vmatrix} ۲ \\ ۲ \end{vmatrix}$$

پس $a - b = ۰$ است.

۴۵ - گزینه ۳ به‌کمک روابط مثلثاتی داریم:

$$\tan \alpha = \frac{۴}{۳} \rightarrow \begin{cases} ۱ + \tan^۲ \alpha = \frac{۱}{\cos^۲ \alpha} \rightarrow ۱ + \frac{۱۶}{۹} = \frac{۱}{\cos^۲ \alpha} \rightarrow \cos^۲ \alpha = \frac{۹}{۲۵} \xrightarrow{\text{ناحیهٔ سوم}} \cos \alpha = -\frac{۳}{۵} \\ \sin^۲ \alpha = ۱ - \cos^۲ \alpha \rightarrow \sin^۲ \alpha = ۱ - \frac{۹}{۲۵} = \frac{۱۶}{۲۵} \xrightarrow{\text{ناحیهٔ سوم}} \sin \alpha = -\frac{۴}{۵} \\ \cot \alpha = \frac{۳}{۴} \end{cases}$$

$$\sin(\frac{۹\pi}{۲} + \alpha) = \sin(۴\pi + \frac{\pi}{۲} + \alpha) = \sin(\frac{\pi}{۲} + \alpha) = \cos \alpha = -\frac{۳}{۵}$$

$$\cos(\frac{۷\pi}{۲} - \alpha) = \cos(۲\pi + \frac{۳\pi}{۲} - \alpha) = \cos(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha) = -\sin \alpha = \frac{۴}{۵}$$

$$\tan(\alpha - \frac{۳\pi}{۲}) = -\tan(\frac{۳\pi}{۲} - \alpha) = -\cot \alpha = -\frac{۳}{۴}$$

$$\text{پس} : \sin(\frac{۹\pi}{۲} + \alpha)\cos(\frac{۷\pi}{۲} - \alpha) - \tan(\alpha - \frac{۳\pi}{۲}) = (-\frac{۳}{۵})(\frac{۴}{۵}) + \frac{۳}{۴} = -\frac{۱۲}{۲۵} + \frac{۳}{۴} = \frac{-۴۸ + ۷۵}{۱۰۰} = \frac{۲۷}{۱۰۰} = ۰/۲۷$$

۴۶ - گزینه ۳

$$f(x)=\frac{x+۲}{x+۱}=\frac{x+۱}{x+۱}+\frac{۱}{x+۱}\rightarrow f(x)=\frac{۱}{x+۱}+۱$$

اکنون نمودار $f(x)=\frac{۱}{x}$ را رسم می‌کنیم، سپس آن را یک واحد به سمت چپ و پس از آن یک واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم.