

پاسخنامه تشریحی

- ۱ - گزینه ۴ حذف شدن بخش هایی از رنای پیک در هوهسته ای ها مشاهده می شود. در یاخته های هوهسته ای سازوکارهایی برای حفاظت رنای پیک در برابر تخریب وجود دارد، بنابراین فرصت بیش تری برای پروتئین سازی هست.
بررسی سایر گزینه ها:
- گزینه ۱: آنزیم رنابسپاراز در هوهسته ای در سیتوپلاسم تولید می شود، ولی فعالیتش را در هسته انجام می دهد.
گزینه ۲: همه یاخته های هوهسته ای سبزیسه ندارند.
گزینه ۳: در پیش هسته ای ها، ترجمه می تواند بیش از پایان رونویسی رنای پیک شروع شود.
- ۲ - گزینه ۱ رشته الگوی این رنای پیک $TGGAGCGTC$ می باشد و مکمل این رشته $ACCTCGCAG$ است.
۳ - گزینه ۳ در مرحله طویل شدن همانند مرحله آغاز، نوکلئوتیدهای مکمل نوکلئوتیدهای رشته الگوی دنا، در زنجیره رنا قرار می گیرند.
بررسی سایر گزینه ها:
- گزینه ۱: در مرحله طویل شدن حباب رونویسی به سوی انتهای آن پیش می رود، درحالی که در مرحله پایان این پیشروی رخ نمی دهد.
گزینه ۲: در مرحله طویل شدن و پایان، پیوندهای هیدروژنی میان رشته های الگو و رمزگذار دنا که توسط آنزیم رنابسپاراز شکسته شده بودند، مجدداً تشکیل می شوند.
گزینه ۴: در مراحل آغاز و طویل شدن، پیوندهای هیدروژنی میان دو رشته مولکول دنا، توسط آنزیم رنابسپاراز شکسته می شود.
۴ - گزینه ۲ رونویسی درون اندامک های راکیزه و سبزیسه و همچنین باکتری ها، با عمل ترجمه در یک محل انجام می گیرد.
بررسی سایر گزینه ها:
- گزینه ۱) یاخته های باکتری فاقد اندامک های درون یاخته ای هستند.
گزینه ۳) این مورد مربوط به نخستین مرحله از فرایند ترجمه است.
گزینه ۴) مرحله آغاز رونویسی با اتصال آنزیم رونویسی کننده (رنابسپاراز) به توالی راه انداز که نوعی توالی بین ژنی است، شروع می شود.
- ۵ - گزینه ۲ پیش ماده آنزیم های مؤثر در فرایند همانند سازی و رونویسی DNA می باشد که به بررسی آن در گزینه ها خواهیم پرداخت.
بررسی گزینه ها:
- گزینه ۱: هلیکاز در همانند سازی ضمن شکستن پیوندهای هیدروژنی ساختاری Y شکل ایجاد می کند. همان طور که می دانید پیش ماده این آنزیم DNA می باشد که در ساختار خود باز آلی یوراسیل ندارد.
گزینه ۲: آنزیم رنابسپاراز (RNA پلی مراز) موجب برقراری پیوند فسفودی استر میان نوکلئوتیدهایی با باز یوراسیل می شود. پیش ماده تمامی رنابسپارازها (RNA پلی مراز) دنا می باشد که در فرایند رونویسی با تمامی مولکول های رنا در حال ساخت پیوندهای هیدروژنی برقرار کرده است.
گزینه ۳: دنابسپاراز (DNA پلی مراز) در هنگام فعالیت نوکلئازی خود موجب شکستن پیوندهای فسفودی استر می شود. پیش ماده این آنزیم دنا می باشد که در جایگاه فعال آنزیم قرار می گیرد. همچنین می دانیم که آنزیم مؤثر در رونویسی رنابسپاراز (RNA پلی مراز) است که زیر واحدهای آمینواسیدی دارد.
گزینه ۴: آنزیم رنابسپاراز (RNA پلی مراز) در پروکاریوت ها هم، موجب شکسته شدن پیوندهای هیدروژنی می شود؛ ولی این یاخته ها فاقد هسته هستند.
- ۶ - گزینه ۴ جهش در راه اندازهای رنابسپاراز ۳ می تواند از سنتز رنای ناقل جلوگیری کند. رنای ناقل آمینواسید همان رنای ناقل می باشد.
- ۷ - گزینه ۴ در مرحله آغاز و طویل شدن زنجیره ای از ریبونوکلئوتیدها ساخته می شود (درستی گزینه ۱) اما در مرحله آغاز زنجیره به اندازه ای طویل نیست که از آنزیم رنابسپاراز (RNA پلی مراز) خارج شود (نادرستی گزینه ۴).
بررسی سایر گزینه ها:
- گزینه ۲: در هر دو مرحله پایان و طویل شدن می توانیم حرکت آنزیم RNA پلی مراز را مشاهده کنیم.
گزینه ۳: در مرحله آغاز و طویل شدن می توان شکسته شدن پیوند هیدروژنی بین دئوکسی ریبونوکلئوتیدهای DNA توسط آنزیم RNA پلی مراز را مشاهده کرد.
- ۸ - گزینه ۳ رنابسپاراز ۲ پروتئین است و مونومرهایش با پیوند پپتیدی به هم متصل می باشند. در حالی که، رنای ناقل اسید نوکلئیک است که در آن مونومرها با پیوند فسفودی استر به هم متصل شده اند.
- ۹ - گزینه ۲ بیشتر آمینواسیدها بیش از یک کدون دارند. رمزه های پایان، پادرمزه ندارند. پادرمزه شامل سه باز است (نه سه جفت باز!). اما هر پادرمزه قطعاً مربوط به یک نوع آمینواسید خاص است.
- ۱۰ - گزینه ۳ تعدادی از هورمون های هیپوتالاموس یعنی اکسی توسین و ضد ادراری در هیپوتالاموس سنتز و هیپوفیز پسین ترشح می شوند.
بررسی سایر گزینه ها:
- گزینه ۱) در هسته نوکلئوتیدی آزاد سه فسفات نیز دیده می شود.



گزینه ۲) در هیپوفیز پیشین ادامه نمی‌یابد بلکه فقط در هیپوفیز پسین ادامه می‌یابد.

گزینه ۴) $tRNA$ که بوسیلهٔ رنابسپاراز ساخته می‌شود دارای پیوند هیدروژنی است.

۱۱ - گزینه ۱ توالی راه‌انداز به رنابسپاراز اجازه می‌دهد رونویسی را از جای صحیح آغاز کند. راه‌انداز توسط رنابسپاراز رونویسی نمی‌شود (درستی گزینه ۲). اما دقت کنید که راه‌انداز در طی همانندسازی قطعاً پیوندهای هیدروژنی خود را از دست می‌دهد (نادرستی گزینه ۱). راه‌انداز موجب می‌شود رنابسپاراز اولین نوکلئوتید مناسب را به‌طور دقیق پیدا و رونویسی را از آنجا آغاز کند (درستی گزینه ۳). نوکلئوتید یوراسیل‌دار تنها در رن‌ها دیده می‌شود و نمی‌توان این نوع نوکلئوتید را در ساختار دنا مشاهده کرد (درستی گزینه ۴).

۱۲ - گزینه ۴ فرآیند پیرایش فقط مخصوص یاخته‌های یوکاریوتی بوده و تنها درمورد رنای پیک رخ می‌دهد. اما فعالیت نوکلئازی رنابسپاراز که منجر به فرآیند ویرایش می‌شود، علاوه بر یوکاریوت‌ها در پروکاریوت‌ها نیز قابل مشاهده است. در نتیجه، پیرایش برخلاف ویرایش قطعاً درون هسته قابل مشاهده است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) در هر دو فرآیند تمامی طول ژن مورد استفاده قرار می‌گیرد. نکتهٔ حائز اهمیت آن است که در طی همانندسازی برخلاف رونویسی تمامی طول دنا مورد استفاده قرار می‌گیرد.

گزینه ۲) قانون چارگاف درمورد کل مولکول دنا صادق است؛ نه یک رشته از آن.

گزینه ۳) پیوند فسفودی‌استر در رشته تازه ساخت دنا حین ویرایش و در رشته رن‌ها حین پیرایش دچار هیدرولیز می‌گردد.

۱۳ - گزینه ۴ محصول رونویسی ژن رنابسپاراز پروکاریوتی نوعی RNA است که مسلماً توانایی رونویسی را ندارد. بررسی موارد در سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) رنابسپاراز ۱ نوعی پروتئین است بنابراین ژن آن توسط رنابسپاراز ۲ رونویسی می‌شود.

گزینه ۲) رنابسپاراز پروکاریوتی انواعی از RNA را تولید می‌کند.

رنابسپاراز ۲ نیز دو نوع RNA یعنی $mRNA$ و برخی RNA های کوچک را تولید می‌کند.

گزینه ۳) $tRNA$ و $rRNA$ در ترجمهٔ $mRNA$ دخالت دارند.

۱۴ - گزینه ۴ در مرحلهٔ پایان، از روی توالی مربوط به توالی پایان که قسمتی از ژن ساختاری است، رونویسی انجام می‌شود. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) در مرحلهٔ آغاز رونویسی هیچ‌گاه پیوند بین رن‌ها و دنا شکسته نمی‌شود.

گزینه ۲) در باکتری‌ها، رنابسپاراز پروکاریوتی به راه‌انداز وصل می‌شود.

گزینه ۳) در رونویسی خود-آنزیم رنابسپاراز، پیوند هیدروژنی را می‌شکند.

۱۵ - گزینه ۲ در مبارزه با سلول‌های سرطانی لنفوسیت‌های T کشته‌نشدن نقش دارند. و با تولید پروتئین پرفورین با سلول‌های سرطانی مبارزه می‌کند.

۱۶ - گزینه ۳ عبارت‌های الف، پ و ت درست هستند.

ترکیب داده‌شده مربوط به یک استر است که به دلیل غلبهٔ بخش ناقطبی بر بخش قطبی در آن، در آب نامحلول است و در حلال‌های ناقطبی مانند بنزین حل می‌شود.

۱۷ - گزینه ۳

فقط عبارت اول نادرست است.

بررسی عبارت نادرست:

عبارت اول: اتم عنصرهای مختلف هم در تعداد نوترون باهم تفاوت دارند، اما ایزوتوپ نیستند.

۱۸ - گزینه ۴ بررسی عبارت‌های نادرست:

ب) انرژی هر رنگ نور مرئی، با طول موج آن نسبت عکس دارد.

ت) هر چه فاصلهٔ میان لایه‌های انتقال الکترون در اتم برانگیختهٔ هیدروژن بیشتر باشد، انرژی بیشتر و طول موج نور، کوتاه‌تر است.

۱۹ - گزینه ۳

روش اول:

$$? gSF_n = 12,04 \times 10^{22} \text{ مولکول } SF_n \times \frac{1 \text{ mol } SF_n}{6,02 \times 10^{23} \text{ مولکول } SF_n} \times \frac{(32 + 19 \times n)g}{1 \text{ mol } SF_n} = 29,2g \Rightarrow 2 \times 10^{-1} \times (32 + 19n) = 29,2$$

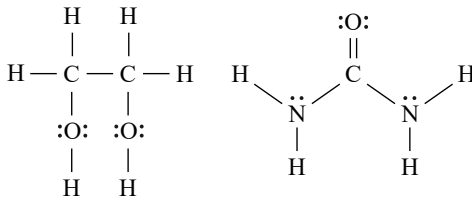
$$\Rightarrow 32 + 19n = 146 \Rightarrow n = 6$$

روش دوم:

$$\frac{29,2g SF_n}{(32 + 19n)g} = \frac{12,04 \times 10^{22} \text{ مولکول } SF_n}{6,02 \times 10^{23}} \Rightarrow \boxed{n = 6} \Rightarrow SF_6$$

۲۰ - گزینه ۳ اتیلن گلیکول به دلیل داشتن پیوند $O - H$ و اوره به دلیل داشتن پیوند $N - H$ می‌توانند با مولکول‌های خود و یا با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی برقرار کنند. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱) اتیلن گلیکول دارای دو گروه هیدروکسیل است و اوره چهار جفت الکترون ناپیوندی دارد.



گزینه ۲: روغن زیتون با فرمول مولکولی $C_{57}H_{104}O_6$ دارای ۳ نوع عنصر است و وازلین با فرمول مولکولی $C_{25}H_{52}$ دارای ۲ نوع عنصر است و وازلین در دسته آلکان‌ها طبقه‌بندی می‌شود. فرمول عمومی آلکان‌ها C_nH_{2n+2} است.

گزینه ۴: وازلین و بنزین (C_8H_{18}) هر دو هیدروکربن هستند و گشتاور دوقطبی آن‌ها حدود صفر است.

۲۱ - گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱) هر دو مولکول حاوی H متصل به عناصر N یا O هستند.

گزینه ۲) اتیلن گلیکول (ضد یخ) یک الکل دو عاملی $HO-CH_2-CH_2-OH$ است.

گزینه ۳) در اسیدهای چرب ($RCOOH$)، زنجیره R طولانی بوده و بخش ناقطبی غالب است که باعث می‌شود ماده در آب نامحلول باشد.

گزینه ۴) فرمول روغن زتون به صورت $C_{57}H_{104}O_6$ می‌باشد.

۲۲ - گزینه ۳ ابتدا تعداد الکترون هر یون را تعیین می‌کنیم:

$${}_{13}Al^{3+} : \bar{e} = 13 - 3 = 10$$

$${}_{15}P^{3-} : \bar{e} = 15 + 3 = 18$$

$$? g_{P^{3-}} = 5.4 g_{Al^{3+}} \times \frac{1 mol_{Al^{3+}}}{27 g_{Al^{3+}}} \times \frac{10 mol_{\bar{e}}}{1 mol_{Al^{3+}}} \times \frac{1 mol_{P^{3-}}}{18 mol_{\bar{e}}} \times \frac{31 g_{P^{3-}}}{1 mol_{P^{3-}}} \simeq 3.44 g_{P^{3-}}$$

۲۳ - گزینه ۳ فقط مورد «پ» نادرست است.

این مولکول به استری سنگین، با جرم مولی زیاد و با سه زنجیر هیدروکربنی بلند (هریک با ۱۷ کربن) مربوط است. (درستی مورد ب)

چربی‌های طبیعی، مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای بلند زنجیر هستند. (درستی مورد آ)

در این ترکیب گروه‌های قطبی شامل $(-COO-)$ و گروه‌های ناقطبی شامل زنجیرهای کربنی می‌باشد. در مجموع با غلبه گروه‌های ناقطبی بر گروه‌های قطبی در این مولکول، انحلال‌پذیری آن در آب کم است. (نادرستی مورد پ)

با توجه به ساختار فرمول مولکولی آن $C_{57}H_{110}O_6$ است. (درستی مورد ت)

۲۴ - گزینه ۳ اتیلن گلیکول دارای فرمول شیمیایی $C_2H_6O_2$ است.

در ساختار لوویس باید جفت‌الکترون‌های ناپیوندی نیز نمایش داده شود.

۲۵ - گزینه ۴ چربی‌ها مخلوطی از اسیدهای چرب (گزینه ۱ و ۳) و استرهای با جرم مولی بالا (گزینه ۲) هستند. گزینه ۴ نشان‌دهنده یک الکل است.

۲۶ - گزینه ۳ قدم اول: ابتدا جرم مکعب را می‌یابیم. اگر مکعب توپر باشد:

$$\begin{cases} V = (10 \text{ cm})^3 = 1000 \text{ cm}^3 \\ \rho = 8 \frac{g}{\text{cm}^3} \end{cases} \Rightarrow m = \rho V = 8 \frac{g}{\text{cm}^3} \times 1000 \text{ cm}^3 \Rightarrow m = 8000 \text{ g} = 8 \text{ kg} \rightarrow m = 8 \text{ kg} \quad (1)$$

قدم دوم: جرمی که مکعب در حال حاضر دارد، m' است؛ بنابراین:

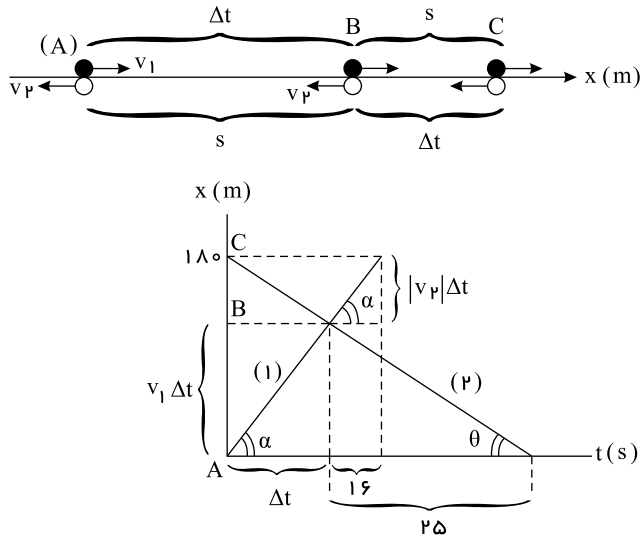
$$\begin{cases} P = \frac{m'g}{A} = \frac{m' \times 10}{10^{-2}} = 7800 \text{ Pa} \\ A = 10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm} = 100 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2 \end{cases} \rightarrow m' = 7.8 \text{ kg} \quad (2)$$

قدم سوم: از مقایسه m و m' درمی‌یابیم که این مکعب حتماً دارای حفره بوده، چون $m' < m$ است.

قدم چهارم: حجم حفره همان حجم جرم ناپدید شده است:

$$\Delta m = m - m' = 8 - 7.8 = 0.2 \text{ kg} \rightarrow \Delta V = \frac{\Delta m}{\rho} = \frac{0.2 \text{ kg}}{8000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 2.5 \times 10^{-5} \text{ m}^3$$

۲۷ - گزینه ۲ این تست سالیان بسیار قبل در کنکور (البته با محاسبات ساده‌تر) مطرح شده بود و تست بسیار جالبی است. می‌خواهیم یک روش خلاقانه ارائه کنیم!



کافی است امتداد مسیر را منطبق بر محور x گرفته و نمودار $x - t$ دو متحرک را در یک دستگاه رسم کنیم. شیب خط مماس بر نمودار $(x - t)$ برابر سرعت (لحظه‌ای) در آن لحظه است.

نکته: ۲

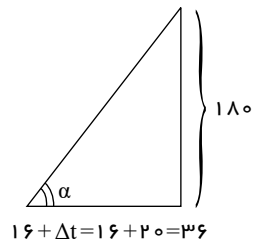
$$\begin{cases} \Delta x_2 = v_2 \Delta t & v_1 > 0 \text{ و } v_2 < 0 \\ \Delta x_1 = v_1 \Delta t & \text{جایه‌جایی در مدت زمان } \Delta t \text{ برابر دو متحرک} \end{cases}$$

$$(1) \text{ سرعت متحرک } v_1 = \text{شیب خط } 1 = \frac{|v_2| \Delta t}{16} \quad (*)$$

$$(2) \text{ سرعت متحرک } v_2 = \text{شیب خط } 2 = \frac{v_1 \Delta t}{25} \quad (**)$$

$$(*) \text{ و } (**) \Rightarrow \frac{(\frac{v_1 \Delta t}{25})(\Delta t)}{16} = v_2 \Rightarrow \frac{\Delta t^2}{25 \times 16} = 1 \xrightarrow{\text{جنر}} \frac{\Delta t}{5 \times 4} = 1$$

$$\Delta t = 20 \text{ s} \Rightarrow v_1 = \text{شیب خط } 1 = \frac{180}{\Delta t} = \frac{180}{36} = 5 \frac{m}{s} \Rightarrow v_1 = 5 \frac{m}{s}$$



۲۸ - گزینه ۲

$$(a_{av})_{5s-10s} = \frac{v_{10} - v_5}{10s - 5s} = -4 \Rightarrow v_{10} - v_5 = -20 \frac{m}{s} \quad (1)$$

$$(a_{av})_{10s-12s} = \frac{v_{12} - v_{10}}{12s - 10s} = 2 \Rightarrow v_{12} - v_{10} = 4 \frac{m}{s} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow (v_{12} - v_{10}) + (v_{10} - v_5) = 4 + (-20) \Rightarrow v_{12} - v_5 = -16 \Rightarrow (a_{av})_{5s-12s} = \frac{v_{12} - v_5}{12s - 5s} = -\frac{16}{7} \frac{m}{s^2}$$

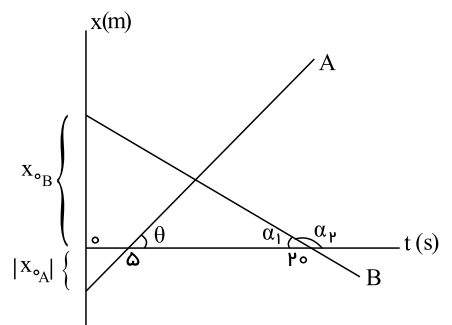
$$\Rightarrow (a_{av})_{5s-12s} = -\frac{16}{7} \vec{i}$$

چون $\vec{a}_{av}$ ها و $\vec{v}$ ها همگی در امتداد محور x بودند.

۲۹ - گزینه ۳ ابتدا رابطه بین x_{OA} و x_{OB} را محاسبه می‌کنیم، سپس مقدار هریک را تعیین می‌کنیم.

$$x_{OB} + |x_{OA}| = 150 \text{ m} \quad (1)$$

$$\begin{cases} v_A > 0 \\ v_B < 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{تندی}(A)=2\text{تندی}(B)} v_A = 2|v_B|$$





می‌دانیم شیب خطوط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است و اگر نمودار یک خط مایل باشد، خود شیب این خط برابر سرعت لحظه‌ای آن متحرک است.

$$\begin{cases} v_A = A_{\text{تندی}} = \frac{|x_{\circ A}|}{\Delta} & (2) \\ |v_B| = \frac{x_{\circ B}}{2_0} & (3) \end{cases} \xrightarrow{v_A = 2|v_B|} \frac{|x_{\circ A}|}{\Delta} = 2 \frac{x_{\circ B}}{2_0} = \frac{x_{\circ B}}{1_0} \Rightarrow |x_{\circ A}| = \frac{x_{\circ B}}{2} \Rightarrow x_{\circ B} = 2|x_{\circ A}|$$

$$\xrightarrow{(1)} \begin{cases} |x_{\circ A}| = 5_0 \Rightarrow x_{\circ A} = -5_0 m \\ x_{\circ B} = 1_0_0 m \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow v_A = \frac{5_0}{\Delta} = 1_0 \frac{m}{s}, (3) \Rightarrow v_B = -\frac{1_0_0}{2_0} = -5 \frac{m}{s}$$

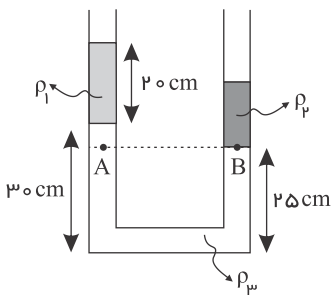
در نهایت معادلات مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم و فاصله دو متحرک را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{\circ A} \\ x_B = v_B t + x_{\circ B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 1_0 t - 5_0 \\ x_B = -5 t + 1_0_0 \end{cases} \Rightarrow x_A - x_B = 15 t - 15_0 \Rightarrow x_A - x_B = 15 \times 2_0 - 15_0 = 15_0 m$$

$$\Rightarrow x_A - x_B = 15_0 m$$

۳۰ - گزینه ۱ در بازه زمانی که تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط متحرک با یکدیگر برابر هستند، جهت حرکت متحرک تغییر نمی‌کند.

۳۱ - گزینه ۱



$$P_A = P_B$$

$$P_A = P_0 + \rho_1 g h_1 + \rho_2 g h_2$$

$$P_B = P_0 + \rho_2 g h_2$$

$$\rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 = \rho_2 h_2$$

$$\Rightarrow 0.8 \times 2_0 + 1.2 \times (3_0 - 2_5) = \rho_2 h_2$$

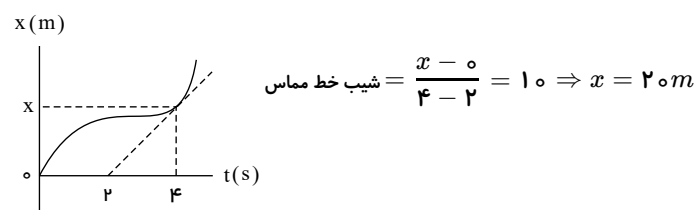
$$m_2 = \rho_2 V_2 = \rho_2 h_2 A_2 = 2.8 A_2 = 2.8 \times 2 = 5.6 gr$$

۳۲ - گزینه ۲ قرار گرفتن گیره فلزی کاغذ روی سطح آب، تشکیل حباب آب و صابون، کروی بودن قطره‌های در حال سقوط، نمونه‌هایی از وجود کشش سطحی هستند.

۳۳ - گزینه ۴ رابطه مکان - زمان یک متحرک باید شرایط یک تابع را دارا باشد و در نتیجه نمودار مکان - زمان آن نیز باید شکل نمودار یک تابع ریاضی باشد، زیرا در غیر این صورت حداقل در یک زمان، متحرک در دو یا چند مکان قرار دارد و در واقعیت این اتفاق هرگز رخ نمی‌دهد.

۳۴ - گزینه ۳ می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است. با توجه به اینکه سرعت در لحظه $t = 4s$ برابر با $1_0 \frac{m}{s}$ است، پس

شیب خط مماس رسم شده برابر با ۱۰ است. پس می‌توان نوشت:

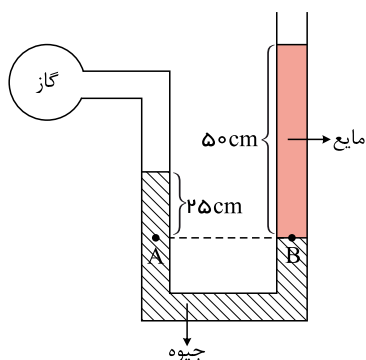


$$\text{شیب خط مماس} = \frac{x - 40}{4 - 2} = 1_0 \Rightarrow x = 2_0 m$$

با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - 0}{4 - 0} = \frac{2_0}{4} = 5 \frac{m}{s}$$

۳۵ - گزینه ۳ با توجه به نقاط همتراز A و B داریم:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{گاز}} + (\rho gh)_{\text{جیوه}} = P_0 + (\rho gh)_{\text{مایع}}$$

$$\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} = P_{\text{گاز}} - P_0 = (\rho gh)_{\text{مایع}} - (\rho gh)_{\text{جیوه}}$$

$$\Rightarrow -25 \times 10^3 = \rho \times 10 \times 0.5 - 13600 \times 10 \times 0.25$$

$$\Rightarrow \rho = 1800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

۳۶ - گزینه ۴

$$f = \{(2, a), (a, a^2 - 2), (a, 3a - 4), (a^3 - 6, b)\}$$

$$f \text{ شرط تابع بودن} \Rightarrow a^2 - 2 = 3a - 4 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow (a - 1)(a - 2) = 0 \Rightarrow a = 1, a = 2$$

$$a = 1 : f = \{(2, 1), (1, -1), (-5, b)\} \Rightarrow b \in \mathbb{R} \Rightarrow b^2 \geq 0 \Rightarrow -b^2 \leq 0$$

$$a = 2 : f = \{(2, 2), (2, 2), (2, b)\} \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a^2 - b^2 = 4 - 4 = 0$$

باتوجه به رابطه (۱) گزینه ۴ صحیح است.

۳۷ - گزینه ۳

$$2x - 3 > 0 \Rightarrow x > \frac{3}{2}$$

$$\log(2x - 3) \geq 0 \Rightarrow \log(2x - 3) \geq \log 1 \Rightarrow 2x - 3 \geq 1 \Rightarrow 2x \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$$

از اشتراک این دو جواب به $x \geq 2$ یا $x \in [2, +\infty)$ می‌رسیم.

۳۸ - گزینه ۳

$$|x| + |y| = 1, x = 0 \Rightarrow |y| = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \text{ تابع نیست. (گزینه ۱)}$$

$$y^2 + x^3 = -1 \Rightarrow y^2 = -x^3 - 1, x = -2 \Rightarrow y^2 = -(-2)^3 - 1 = 7$$

$$\Rightarrow y^2 = 7 \Rightarrow y = \pm\sqrt{7} \text{ تابع نیست. (گزینه ۲)}$$

$$|y| + x^2 + 1 - 2x = 0 \Rightarrow |y| + (x - 1)^2 = 0 \text{ (گزینه ۳)}$$

مجموع دو عبارت نامنفی زمانی صفر است که هر دو باهم صفر باشند.

$$y = 0, x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \{(1, 0)\} \text{ تابع است.}$$

$$y = \begin{cases} x + 2 & x \geq 0 \\ x - 1 & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2 \text{ (گزینه ۴) تابع نیست.}$$

۳۹ - گزینه ۱

$$\log_k^{a^n} = \frac{n}{m} \log_k^a, \log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \log_b^N = x \rightarrow N = b^x \text{ می‌دانیم:}$$

$$\log \frac{2}{x} + \log(x + 1) = 1 \Rightarrow \log \frac{2x + 2}{x} = 1 \xrightarrow{\text{تعریف}} \frac{2x + 2}{x} = 10 \Rightarrow 10x = 2x + 2 \Rightarrow x = \frac{1}{4}$$

$$\log_8^x = \log_8^{\frac{1}{4}} = \log_{2^3}^{2^{-2}} = -\frac{2}{3}$$

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \log_b^N = x \rightarrow N = b^x \text{ می‌دانیم:}$$

$$4^x + 2^x = 72 \Rightarrow (2^x)^2 + 2^x - 72 = 0 \xrightarrow{2^x = A} A^2 + A - 72 = 0 \Rightarrow (A + 9)(A - 8) = 0$$



$$\Rightarrow \begin{cases} A = -9 \Rightarrow 2^x = -9 \rightarrow \text{امکان ندارد} \\ A = 8 \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$\log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2 \xrightarrow{x=3} \log 4 + \log(2y+9) = 2$$

$$\Rightarrow \log(8y+36) = 2 \xrightarrow{\text{تعریف}} 8y+36 = 10^2 \Rightarrow 8y = 64 \Rightarrow y = 8$$

۴۱ - گزینه ۲

$$\log_a^A \geq m \xrightarrow{0 < a < 1} A \leq a^m \quad \text{می دانیم:}$$

$$\left. \begin{aligned} \log_{\frac{2x+3}{4}} \geq -1 &\rightarrow \frac{2x+3}{4} \leq (\frac{1}{2})^{-1} \Rightarrow \frac{2x+3}{4} \leq 2 \Rightarrow x \leq \frac{5}{2} \quad (I) \\ \frac{2x+3}{4} > 0 &\Rightarrow x > \frac{-3}{2} \quad (II) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک II, I}} \frac{-3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$$

۴۲ - گزینه ۳

$$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}, \quad \log_b^N = x \rightarrow N = b^x \quad \text{می دانیم:}$$

$$\log(y+2) = 1 \xrightarrow{\text{تعریف}} y+2 = 10^1 \rightarrow y = 8$$

$$\log(y-x) + \log(4x+y) = 2 \xrightarrow{y=8} \log(8-x) + \log(4x+8) = 2$$

$$\rightarrow \log(8-x)(4x+8) = 2 \rightarrow (8-x)(4x+8) = 10^2 \rightarrow 32x + 64 - 4x^2 - 8x = 100$$

$$\rightarrow 4x^2 - 24x + 36 = 0 \xrightarrow{\div 4} x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow (x-3)^2 = 0 \rightarrow x = 3$$

۴۳ - گزینه ۱ در هر مدت یک ماه (۳۰ روز) $\frac{1}{10}$ جرم را از دست می دهد. بنابراین $\frac{9}{10}$ جرم باقی می ماند. پس بعد از ۲ ماه مقدار $\frac{9}{10} \times \frac{9}{10} \times \frac{9}{10}$ باقی می ماند و پس از n ماه مقدار

$$24 \times \underbrace{\frac{9}{10} \times \frac{9}{10} \times \dots}_{n \text{ تا}} \quad \text{جرم باقی می ماند، پس:}$$

$$24 \times \left(\frac{9}{10}\right)^n = 8 \Rightarrow \left(\frac{9}{10}\right)^n = \frac{1}{3}$$

از طرفین لگاریتم می گیریم:

$$\log\left(\frac{9}{10}\right)^n = \log \frac{1}{3} \Rightarrow n \cdot \log \frac{9}{10} = \log 1 - \log 3$$

$$n(\log 3^2 - \log 10) = 0 - \log 3 \Rightarrow n(2 \log 3 - 1) = -\log 3$$

$$n(0,96 - 1) = -0,48 \Rightarrow n = \frac{0,48}{0,04} = 12 \quad \text{ماه}$$

$$12 \times 30 = 360 \quad \text{روز}$$

۴۴ - گزینه ۳ ضابطه تابع همانی $y = x$ است، در نتیجه باید داشته باشیم:

$$\frac{3x^2 + x}{(a-1)x^2 + bx + c} = x \Rightarrow 3x^2 + x = (a-1)x^3 + bx^2 + cx$$

اگر دو چندجمله ای بخواهند با یکدیگر برابر باشند، باید تک تک ضرایب متغیرهای هم توان با هم برابر باشند. یعنی:

$$\left. \begin{aligned} (a-1) &= 0 \Rightarrow a = 1 \\ b &= 3, c = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a + b + c = 5$$

۴۵ - گزینه ۳ چون f و g تابع ثابت هستند، در ضابطه داده شده برای آنها، ضریب x باید صفر باشد.

$$f(x) = b - 3ax \Rightarrow 3a = 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow f(x) = b$$

$$g(x) = c - (3b - 3)x \Rightarrow 3b - 3 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = 1 \\ g(x) = c \end{cases}$$

$$f + g = 5 \Rightarrow 1 + c = 5 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow b \times c = 1 \times 4 = 4$$