

نام و نام خانوادگی:		نام آزمون: همگام ۱	
درس / پایه:		زمان: ۷۵ دقیقه	
ریاضی گسسته / دوازدهم ریاضی		تاریخ برگزاری آزمون: ۱۴۰۴/۰۸/۰۶	
نام طراح: آقای یاقوتی		مؤسسه علمی آموزشی علوی	
پاسفنامه ریاضی گسسته پایه دوازدهم			
ردیف			
۱	الف) ۱۲۰ ب) $ a $ پ) ۴ ت) ۵ (هر مورد ۵/۵ نمره) (فصل اول - درس دوم) (هر کدام ۵/۵ نمره)		
۲	$(1 \text{ نمره}) \Rightarrow n = 2k \Rightarrow n^2 + 7n + 11 = (2k)^2 + 7(2k) + 11 = 4k^2 + 14k + 10 + 1 = 2(2k^2 + 7k + 5) + 1 = 2q + 1$ اگر n زوج باشد $\Rightarrow n = 2k + 1 \Rightarrow n^2 + 7n + 11 = (2k + 1)^2 + 7(2k + 1) + 11 = 4k^2 + 18k + 19 = 4k^2 + 18k + 18 + 1$ اگر n فرد باشد $= 2(2k^2 + 9k + 9) + 1 = 2q' + 1$ (۱ نمره) (فصل اول - درس اول)		
۳	$y^2 + 1 \geq 2x(y - x + 1) \Leftrightarrow y^2 + 1 \geq 2xy - 2x^2 + 2x \Leftrightarrow y^2 + 1 - 2xy + 2x^2 - 2x \geq 0$ $\Leftrightarrow y^2 + 1 - 2xy + x^2 + x^2 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow (y^2 - 2xy + x^2) + (x^2 - 2x + 1) \geq 0$ $\Leftrightarrow (y - x)^2 + (x - 1)^2 \geq 0$ همواره برقرار (۲ نمره) (فصل اول - درس اول)		
۴	الف) نادرست، مثال نقض: $a = 3 - \sqrt{2}$ و $b = 7 + \sqrt{2}$ در این صورت $a + b = 10$ است و گویا است. (۱ نمره) ب) برهان خلف: اگر $\alpha - \beta$ گویا باشد در این صورت: (۱ نمره) $\alpha = \text{گویا} \Rightarrow 2\alpha = \text{گویا} \Rightarrow (\alpha - \beta) + (\alpha + \beta) = \text{گویا} \Rightarrow \alpha - \beta = \text{گویا}$ $\alpha + \beta = \text{گویا}$ گویا بودن α با فرض مسأله در تناقض است. پس فرض خلف باطل است. (فصل اول - درس اول)		
۵	$\begin{cases} a \mid 7m + 5 \Rightarrow a \mid 6(7m + 5) \Rightarrow a \mid 42m + 30 \\ a \mid 6m - 1 \Rightarrow a \mid 7(6m - 1) \Rightarrow a \mid 42m - 7 \end{cases}$ $\Rightarrow a \mid 42m + 30 - (42m - 7) \Rightarrow a \mid 37 \Rightarrow a = \pm 37$ (۲ نمره) (فصل اول - درس دوم)		
۶	$\begin{cases} a = 8q + 5 \\ a = 9q' + 7 \end{cases} \xrightarrow[\times 8]{\times 9} \begin{cases} 9a = 72q + 45 \\ 8a = 72q' + 56 \end{cases} \Rightarrow 9a - 8a = 72(q - q') - 11$ $\Rightarrow a = 72(q - q') - 72 + 61 \Rightarrow a = 72(\underbrace{q - q' - 1}_{q''}) + 61 = 72q'' + 61$ $\Rightarrow 61 = \text{باقی مانده}$ (۲ نمره) (فصل اول - دوم)		
۷	$7 \mid 2k + 1 \xrightarrow{\times 7} 49 \mid 14k + 7$ $7 \mid 2k + 1 \xrightarrow{\times 7} 49 \mid 14k + 7$ $\Rightarrow 49 \mid 14k + 7 - (14k + 7) \Rightarrow 49 \mid 0$ (۲ نمره) (فصل اول - درس دوم)		
۸	a عددی فرد است بنابراین $a + 2$ نیز فرد است و چون $a + 2 \mid b$ نتیجه می گیریم b نیز فرد است: $a = 2k + 1 \Rightarrow a^2 - b^2 = (2k + 1)^2 - (2k' + 1)^2 = (4k^2 + 4k + 1) - (4k'^2 + 4k' + 1)$ $b = 2k' + 1$ $\Rightarrow 4k(k + 1) - 4k'(k' + 1) = 4q - 4q' = 4(\underbrace{q - q'}_{q''}) = 4q''$ $(\text{حاصل ضرب } 2 \text{ عدد متوالی زوج است.})$ (۲ نمره) (فصل اول - درس دوم)		