

۱ تساوی‌هایی که اتحاد هستند را با علامت و تساوی‌هایی که اتحاد نیستند را با علامت مشخص کنید.

$x(x-1)+2 = x^2 - 2x + 2$

$x^2(x^2+1) = x^5 + x^2$

$x^2 - 1 = 0$

$x^2 + 2x = -1$

$(x-q)^2 = x^2 - 2qx + q^2$

$x^2 - x = 0$

۲ هر یک از عبارت‌های زیر را به اتحاد مرتب با خودش وصل کنید سپس جاهای خالی را کامل کنید.

$(x+2)(x-2) = (\dots\dots\dots)^2 - (\dots\dots\dots)^2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$

اتحاد مربع مجموع دو جمله

$(5x-1)^2 = (\dots\dots\dots)^2 - 2(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) + (1)^2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots + 1$

اتحاد مربع تفاضل دو جمله

$(x-1)^2 = (\dots\dots\dots)^2 - 2(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) + 2x(1)^2 - (1)^2 = \dots\dots\dots\dots\dots\dots x^2 + \dots\dots\dots x - 1$

اتحاد مزدوج

$(y+5)^2 = y^2 + (\dots\dots\dots)y(\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots)^2 = y^2 + \dots\dots\dots y + \dots\dots\dots$

اتحاد جمله مشترک

$(5y+2)^2 = (\dots\dots\dots)^2 + 2(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) + 2(5y)(\dots\dots\dots)^2 + (2)^2 = \dots\dots\dots y^2 + \dots\dots\dots y + 1$

اتحاد مکعب مجموع دو جمله

$(x+y)(x-t) = x^2 + (\dots\dots\dots\dots\dots\dots)x + (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) = x^2 + \dots\dots\dots x - \dots\dots\dots$

اتحاد مکعب تفاضل دو جمله

۳ به کمک اتحادهای «مکعب مجموع دو جمله» و «مکعب تفاضل دو جمله» تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$(ta+t)^3 = (\dots\dots\dots)^3 + 3(ta)^2(\dots\dots\dots) + 3(\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)^2 + (t)^3 = \dots\dots\dots a^3 + \dots\dots\dots a^2 + \dots\dots\dots a + \dots\dots\dots$

$(\frac{x}{t}-1)^3 = (\frac{x}{t})^3 - 3(\frac{x}{t})^2(\dots\dots\dots) + 3(\frac{x}{t})(\dots\dots\dots)^2 - (\dots\dots\dots)^3 = \dots\dots\dots x^3 - \dots\dots\dots x^2 + \dots\dots\dots x - \dots\dots\dots$

$(\dots\dots\dots + \dots\dots\dots)^3 = \frac{a^3}{\lambda} + \dots\dots\dots a^2 + \dots\dots\dots a + \lambda$

$(x-\sqrt{\lambda})^3 = (\dots\dots\dots)^3 - 3\sqrt{\lambda}x^2 + \dots\dots\dots x - \lambda\sqrt{\lambda}$

۴ هر یک از عبارت‌های زیر را به کمک اتحادهای گفته شده ساده کنید.

$$(x-1)(x+1)(x^r+1)(x^t+1)$$

مذووج مذووج مذووج مذووج

$$(x-r)(x+r)(x^r+y)$$

مذووج مذووج جمله‌نگار

$$(x-r)(x+r)(x^r-y)$$

مذووج مذووج مربع مجموع مذووج

$$(x-\sqrt{r})(x+\sqrt{r})(x^r-r)$$

مذووج مذووج مکعب تناضل دوچل

۵ محاسبات عددی زیر را به کمک اتحادها انجام دهید.

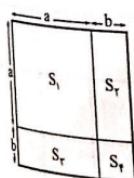
$$11^2 = (10+1)^2 = (\dots\dots)^2 - 2(\dots\dots)(\dots\dots) + 1^2 = \dots\dots$$

$$1001^2 = (\dots\dots + \dots\dots)^2 = (\dots\dots)^2 + 2(\dots\dots)(\dots\dots) + (\dots\dots)^2 = \dots\dots$$

$$15 \times 97 = (100 + \dots\dots)(100 - \dots\dots) = (100)^2 + (\dots\dots) \times 100 - (\dots\dots) = \dots\dots + \dots\dots - \dots\dots = \dots\dots$$

$$11^r = (1+1)^r = 1^r + 2(\dots\dots)^r + 3(\dots\dots)(1)^r + 1^r = \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots + \dots\dots = \dots\dots$$

۶ مربع زیر را در نظر گفته، ضلع آن را به دو قسمت به طول‌های a و b تقسیم کنید. مساحت مربع را برابر S در نظر بگیرید.



الف با توجه به این که مساحت مربع برابر مجدد اندازهٔ ضلعش می‌باشد، حاصل S را بیابیم.

ب این بار مساحت مربع (S) را به کمک جمع‌زن مساحت بخش‌های داخلی آن بیابیم.

ج حاصل S را از بخش‌های الف و ب با یکدیگر برابر قرار داده و به کمک آن اتحاد مربع مجموع دو جمله را نتیجه بگیرید.

۱۰ هر یک از عبارت‌های زیر را به کمک اتحادهای مجموع مکعبات دو جمله، و تفاضل مکعبات دو جمله، تجزیه کنید:

الف) $a^r - 1 = (a - \dots)(a^r + \dots + \dots)$

ب) $ta^r + ta = (a + \dots)(a^r - \dots + \dots)$

ج) $ta^r + ta = (ta + \dots)(\dots - ta + \dots)$

د) $a^r - \frac{1}{ta} = (a - \dots)(a^r + \dots + \frac{1}{a})$

ه) $a^r + \frac{1}{ta} = (a^r)^r + (\frac{1}{a})^r = (\dots + \dots)(a^r - \dots + \dots)$

ز) $125 - y^5 = (\dots)^5 - (\dots)^5 = (\dots - \dots)(\dots + \dots + \dots)$

۱۱ عبارت $x^6 - 1$ را به کمک روش‌های الف و ب تجزیه کنید.

الف) $x^6 - 1 \xrightarrow{\text{مزدوج}} = (\dots - 1)(\dots + 1) = (x - 1)(\dots + \dots + \dots)(x + 1)(\dots + \dots + \dots)$
تفاضل مکعبات دو جمله مجموع مکعبات دو جمله

ب) $x^6 - 1 = (\dots)^6 - (\dots)^6 \xrightarrow{\text{تفاضل مکعبات دو جمله}} = (\underbrace{x^6 - 1}_{\text{مزدوج}})(\dots + \dots + \dots) = (x - 1)(\dots + \dots)(\dots + \dots + \dots)$

۱۲ هر دو روش برای تجزیه قابل قبول است ولی توجه کنید که به کمک روش الف موفق شدیم عبارت داده شده را به عبارت‌های ساده‌تری تجزیه کنیم.

۱۲ عبارت $y^6 - 64$ را به کمک روش‌های الف و ب تجزیه کنید. کدام روش $64 - y^6$ را به عبارت‌های ساده‌تری تجزیه می‌کند؟

الف) $y^6 - 64 \xrightarrow{\text{مزدوج}} = (\dots - 8)(\dots + 8) = (y - 2)(\dots + \dots + \dots)(y + 2)(\dots + \dots + \dots)$
تفاضل مکعبات دو جمله مجموع مکعبات دو جمله

ب) $y^6 - 64 = (\dots)^6 - (\dots)^6 \xrightarrow{\text{تفاضل مکعبات دو جمله}} = (y^6 - 4^6)(\dots + \dots + \dots) = (y - 2)(\dots + \dots)(\dots + \dots + \dots)$