

قسمت دوم: معادله درجه دوم و روش‌های حل آن

۱۵. اگر یکی از جواب‌های معادله $ax^2 - 2x = 2a + 4$ برابر با -1 باشد،

(آ) مقدار a را بیابید. (ب) جواب دیگر معادله را به دست آورید.

برگرفته از کتاب درسی

۱۶. معادلات زیر را به روش تجزیه حل کنید.

(پ) $25x^2 - 20x + 4 = 0$

(ب) $(x+5)(x-7) = x-7$

(آ) $\frac{x^2}{5} = x$

(ج) $(2x+1)^2 + 5(2x+1) + 6 = 0$

(ث) $3a^2 - a - 3 = a(3-a)$

(ت) $x^2 - 18x - 19 = 0$

(خ) $(x+1)^2 = 4$

(ح) $25x^2 - 30x + 9 = 0$

(چ) $4x^2 - 8x + 3 = 0$

(ذ) $4x^2 - (2-x)^2 = 0$

(د) $x^4 - 4x^2 = 0$

۱۷. (آ) معادله درجه دومی بنویسید که دارای ریشه‌های $\frac{1}{4}$ و $-\frac{3}{4}$ باشد. چند معادله با این شرایط می‌توانید بنویسید؟

برگرفته از کتاب درسی

(ب) معادله درجه دومی بنویسید که دارای ریشه مضاعف -2 باشد. آیا جواب منحصر به فرد است؟

برگرفته از کتاب درسی

۱۸. معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌هایش $1 + \sqrt{2}$ و $1 - \sqrt{2}$ باشد. آیا منحصر به فرد است؟

برگرفته از کتاب درسی

۱۹. معادلات زیر را به روش ریشه‌گیری حل کنید.

(ب) $4x^2 - 1 = 0$

(آ) $(x-1)^2 = 9$

(ت) $(3x+1)^2 - 25 = 0$

(پ) $(1-x)^2 = (5+2x)^2$

برگرفته از کتاب درسی

۲۰. در معادله $(x+1)^2 = k$

(آ) دو مقدار برای k مثال بزنید که به ازای آن، معادله دو ریشه داشته باشد.

(ب) دو مقدار برای k مثال بزنید که معادله فاقد ریشه باشد.

(پ) آیا مقداری برای k وجود دارد که به ازای آن معادله دارای ریشه مضاعف باشد؟

برگرفته از کتاب درسی

۲۱. معادلات زیر را به روش مربع کامل حل کنید.

(ب) $x^2 + x = \frac{1}{4}$

(آ) $x^2 - 6x + 1 = 0$

(ت) $x(x - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$

(پ) $4x^2 + 4x + 3 = 0$

برگرفته از کتاب درسی

۲۲. معادلات زیر را به روش کلی (Δ) حل کنید.

(ب) $3x^2 + \sqrt{3}x + \frac{1}{4} = 0$

(آ) $5x^2 - 2x - 3 = 0$

(ت) $(x+1)^2 + 2(x+1) + 5 = 0$

(پ) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3} = x$

برگرفته از کتاب درسی

۲۳. معادلات زیر را به روش دلخواه حل کنید.

(پ) $2(x+1)(2x-1) = (x-2)(2x+1)$

(ب) $x(x-2) - 2(x+1) = 0$

(آ) $x(6x+5) = 1$

(ج) $(1+x)^2 = 6 - (1+x)^2$

(ث) $\frac{x^2}{2} = \frac{x}{3}$

(ت) $(x+1)^2 = 4(2x-1)^2$

برگرفته از کتاب درسی

۲۴. معادله درجه دومی مثال بزنید که ریشه نداشته باشد. سپس معادله درجه دومی مثال بزنید که یک ریشه داشته باشد.

۲۸ ✓ اگر یکی از جواب‌های معادله $4x^2 + 4x + m = 0$ برابر -2 باشد، مقدار m و جواب دیگر معادله را به دست آورید.

۲۹ ✓ در معادله درجه دوم $4x^2 - (k-1)x + 2k = 0$ ، مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها قرینه یکدیگرند. مقدار k را بیابید.

۳۰ ✓ اگر مجموع ریشه‌های معادله $(m+2)x^2 + 5mx - 1 = 0$ برابر $-2/5$ باشد، مقدار m و حاصل ضرب ریشه‌ها را به دست آورید.

۳۱ اگر x_1 و x_2 ریشه‌های $2x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند، حاصل عبارت‌های زیر را بدون حل معادله بیابید.

(آ) $x_1 + x_2$ (ب) $x_1 x_2$ (پ) $2x_1 + 2x_2$

(ت) $x_1^2 x_2 + x_2^2 x_1$ (ث) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

۳۲ ✓ اگر حاصل ضرب ریشه‌های معادله $mx^2 + (-2m-1)x + 6 = 0$ برابر 3 باشد، (آ) مجموع ریشه‌ها را بیابید.

(ب) ریشه‌های معادله را به دست آورید.

۳۳ در معادله $3x^2 + 2x + m - 1 = 0$ مقدار m را طوری بیابید که:

(آ) معادله دو ریشه متمایز داشته باشد. مجموع این ریشه‌ها چقدر است؟

(ب) معادله دارای ریشه مضاعف باشد. آن ریشه را بیابید.

(پ) معادله فاقد ریشه باشد.

(ت) معادله دارای ریشه صفر باشد.

(ث) معادله دارای دو ریشه معکوس و قرینه باشد.

۳۴ در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ نشان دهید: (ویژه علاقمندان)

(آ) اگر $a + b + c = 0$ باشد، یکی از ریشه‌ها برابر 1 است. ریشه دیگر را بیابید.

(ب) اگر $b = a + c$ باشد، یکی از ریشه‌ها برابر -1 است. ریشه دیگر را به دست آورید.

قسمت سوم: کاربردهای معادله درجه دوم

۳۵ یک واحد کم‌تر از مربع ثلث عددی صحیح برابر با نصف آن عدد است. آن عدد را بیابید.

۳۶ اگر تفاضل عددی از معکوس آن برابر با $\frac{5}{6}$ باشد، آن عدد را به دست آورید.

۳۷ مجموع معکوس دو عدد طبیعی فرد متوالی برابر با $\frac{8}{15}$ است. به کمک حل معادله درجه دوم این دو عدد را بیابید.

۳۸ مجموع مربعات دو عدد طبیعی فرد متوالی برابر 130 است. آن دو عدد را بیابید.

۳۹ وقتی آراد متولد شد پدر او 34 سال داشت. اگر حاصل ضرب سن فعلی آن‌ها 240 باشد، سن آراد و پدرش را بیابید.

۴۰ مساحت و محیط یک مستطیل به ترتیب 14 و 18 می‌باشد. طول اضلاع آن را بیابید.

۴۱ مستطیلی به ابعاد $x+1$ و $x+3$ دارای قطری به طول $2x$ است. مقدار x و مساحت مستطیل را به دست آورید.

۴۲ اگر مساحت مثلث از مساحت مربع 1 واحد کم‌تر باشد:

(آ) مقدار x را بیابید.

(ب) مساحت هر دو شکل را به دست آورید.

(برگرفته از کتاب درسی)

