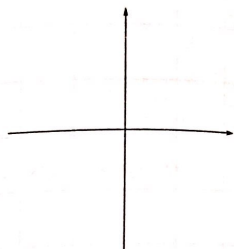
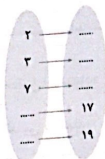


سوالات

۱) با توجه به رابطه‌ی داده‌شده در هر قسمت جدول و نمودار ون را کامل کرده، سپس نمودار مختصاتی مربوط به آن را رسم کنید.

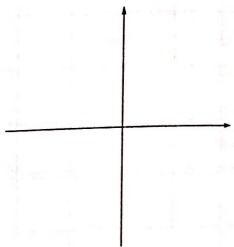
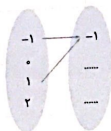
الف $y = 2x - 3$

x	۲	۳	۷		
y				۱۷	۱۹
(x,y)					



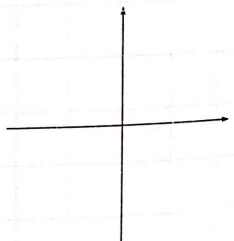
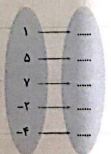
ب $h = 3t^2 - 1$

t	-۲	۰	۱	۲
h				
(t,h)				



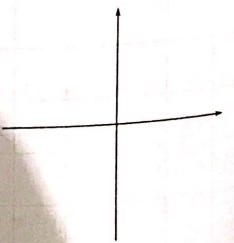
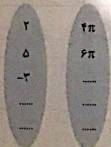
ج $A = \sqrt{r^2 - 1}$

r	۱	۵	۷	-۲	-۴
A					
(r,A)					



د $s = \frac{\pi r}{r-1}$

r	۲	۵	-۳		
s				۴π	۶π
(r,s)					



۲ واحد حسابداری یک شرکت برای تعیین حقوق کارمندانش دو عامل «سابقه» و «مدرک تحصیلی» را مطابق جدول‌های زیر در نظر گرفته است:

مدرک	ضریب
دیپلم	۱
فوق دیپلم	۱/۲
لیسانس	۱/۴
فوق لیسانس	۱/۶
دکتری	۱/۸

سابقه برحسب سال	حقوق پایه برحسب تومان
۰-۱۰	۱,۰۰۰,۰۰۰
۱۱-۲۰	۱,۵۰۰,۰۰۰
۲۱-۲۵	۲,۰۰۰,۰۰۰
۲۶-۳۰	۲,۵۰۰,۰۰۰

اگر برای محاسبه حقوق هر کارمند از رابطه‌ی «حقوق پایه × ضریب = حقوق» استفاده شود، حقوق ماهانه‌ی فردی با ۱۲ سال سابقه‌ی کار و

مدرک فوق لیسانس را حساب کرده و متغیرهای مستقل و وابسته‌ی آن را تعیین نمایید.

۳ یک انتشارات برای قیمت‌گذاری برای کتاب‌هایش دو عامل «تعداد برگه‌ها» و «جنس کاغذ» را مطابق جدول زیر در نظر گرفته است:

جنس کاغذ	قیمت هر برگه به تومان
کاهی	۱
سفید	۵
گلاسه	۱۵

مطلوب است:

الف رابطه‌ای ریاضی برای قیمت‌گذاری کتاب

ب تعیین متغیرهای مستقل و وابسته‌ی رابطه‌ی ریاضی قسمت الف

ب تعیین قیمت یک کتاب ۲۵۰ برگی از جنس کاغذ سفید

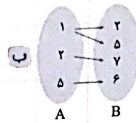
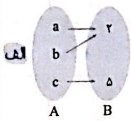
۴ جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف اگر رابطه‌ی بین x و y را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب نمایش دهیم، در صورتی تابع است که هیچ دو زوج متمایزی با مؤلفه‌ی _____ برابر در آن وجود نداشته باشد.

ب اگر رابطه‌ی R که از مجموعه‌ی A به مجموعه‌ی B تعریف شده است را با نمودار ون (پیکانی) نمایش دهیم، رابطه‌ی R در صورتی تابع است که هر یک از اعضای A _____ پیکان خارج شود ولی به هر یک از اعضای B ممکن است _____ یا _____ یا بیش از _____ پیکان وارد شود.

ب اگر نمودار مختصاتی یک رابطه رسم شود، آن رابطه در صورتی تابع است که هیچ خط موازی _____ آن را در بیش از _____ نقطه قطع نکند.

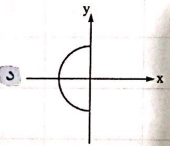
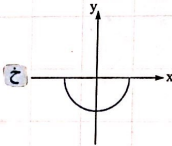
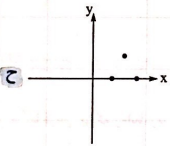
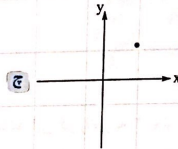
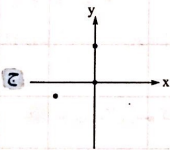
۵ تابع بودن یا نبودن هر یک از روابط زیر را تعیین کنید.



پ $A = \{(-1, ۴), (۲, ۰), (-1, ۳), (۶, ۲)\}$

ت $B = \{(1, ۲), (۲, ۲), (۳, ۲)\}$

ث $c = \{(1, ۷)\}$

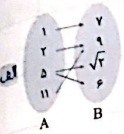


۱ رابطه‌ای که به هر فرد نام خانوادگی‌اش را نسبت می‌دهد.

۲ رابطه‌ای که به هر فرد سنش را نسبت می‌دهد.

۳ رابطه‌ای که به هر فرد سن بچه‌هایش را نسبت می‌دهد.

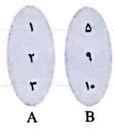
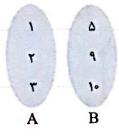
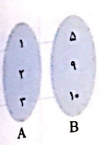
۶ چه تغییری در هر یک از روابط داده شده ایجاد کنیم تا تابع شوند؟



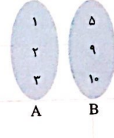
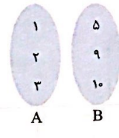
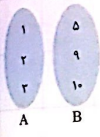
۷ $R = \{(2, 7), (2, 9), (3, 9)\}$

در نمودار زیر:

طوری پیکان رسم کنید که رابطه‌ی داده شده تابعی از A به B محسوب شود. این کار را به ۳ روش مختلف انجام دهید. (توجه داشته باشید که تمام اعضای A باید مورد استفاده قرار گیرند، یعنی نباید عضوی از A بدون پیکان بماند.)



طوری پیکان رسم کنید که رابطه‌ی داده شده از A به B تابع نباشد. این کار را نیز به ۳ روش مختلف انجام دهید.



۸ با فرض این که روابط زیر تابع باشند، مقادیر x و y را به دست آورید.

۹ $R_1 = \{(3, 2), (3, 2x+1), (2, y), (-2, -6)\}$

۱۰ $R_2 = \{(5, 2x+y), (6, 2x-2y), (5, 2), (6, x+1)\}$

صحیح یا غلط بودن هر یک از گزاره‌های زیر را به کمک علامت‌های ✓ و ✗ مشخص کنید.

- ۱ تابع f مانند کارخانه‌ای است که به ازای یک خوراک (ورودی) یک یا چند محصول (خروجی) می‌دهد.
- ۲ تابع f مانند کارخانه‌ای است که به ازای یک خوراک (ورودی) فقط و فقط یک محصول (خروجی) می‌دهد.
- ۳ تابع f ممکن است مانند کارخانه‌ای باشد که به ازای همه‌ی خوراکی‌ها (ورودی‌ها) فقط یک محصول (خروجی) بدهد.
- ۴ اگر تابع f از مجموعه‌ی A به مجموعه‌ی B تعریف شده باشد، مجموعه‌ی A همان دامنه و مجموعه‌ی B همان برد تابع f هستند.

جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

در نمایش تابع f به صورت $f: A \rightarrow B$ منظور از A — تابع است که می‌توان آن را با نماد — نیز نمایش داد. این در حالی است که برد تابع (R_f) لزوماً با مجموعه‌ی B مساوی — در حقیقت برد تابع — مجموعه‌ی B است.

در هر یک از قسمت‌های زیر با توجه به دامنه‌ی داده‌شده، برد تابع را بیابید.

الف $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+2}} \quad A = \{2, 7, 14, 23\}$$

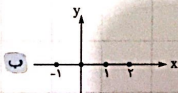
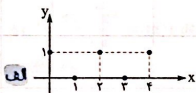
ب $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{x^y + 2}{x-1} \quad A = \{0, -2, -3, -4\}$$

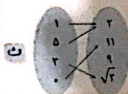
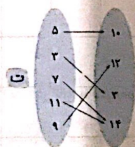
ج $f: A \rightarrow B$

$$f(x) = \frac{x+2}{3^x} \quad A = \{1, 2, 5, 6\}$$

دامنه و برد هر یک از توابع زیر را مشخص کنید.



ج $R = \{(1, 5), (2, 3), (\sqrt{2}+1, 4)\}$



۱۳) در هر یک از قسمت‌های زیر با توجه به نمایش توصیفی داده‌شده، ضابطه‌ی جبری تابع را بنویسید.

الف) تابع f به هر عدد حقیقی، ۵ برابر همان عدد به اضافه‌ی ۲ را نسبت می‌دهد.

ب) تابع f به هر عدد از مجموعه‌ی $A = \{1, 5, \sqrt{2}, 0\}$ مربع همان عدد منهای ۵ را نسبت می‌دهد.

پ) تابع f به هر عدد از مجموعه‌ی $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ مکعب همان عدد منهای خود آن عدد را نسبت می‌دهد.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \dots$$

$$f: A \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \dots$$

$$f: N \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \dots$$

(کنکور ۹۳)

۱۴) اگر $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + |2x|$ باشد، $f(2\sqrt{2}-3)$ کدام است؟

۴ $\frac{2}{3}$

۳ $\frac{1}{3}$

۲ $-\frac{2}{3}$

۱ $-\frac{1}{3}$

(کنکور ۹۳)

۱۵) اگر $f(x) = \frac{-2x^2 + 5x}{x-2}$ باشد، $f(1-\sqrt{2})$ کدام است؟

۴ $1+\sqrt{2}$

۳ ۲

۲ $\sqrt{2}$

۱ ۱

(کنکور ۹۳)

۱۶) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 8x + 7}$ ، مقدار $f(2-\sqrt{3})$ کدام است؟

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

(کنکور ۹۳)

۱۷) در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 - 2x + 3$ ، حاصل $f(1+\sqrt{2}) - f(2)$ کدام است؟

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

(کتاب ۱۰)

۱۸ اگر $f(x) = \frac{2x^2 + 2}{x^2 - 3}$ باشد، مقدار $f(2 - \sqrt{3})$ کدام است؟

۱ + $\sqrt{3}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

-۲ + $\sqrt{3}$ (۲)

۱ - $\sqrt{3}$ (۱)

۱۹ نمودار هر یک از توابع خطی زیر را رسم کنید.

۱ الف $y = x + 5$

ب $y = 2x - 4$

ج $f(x) = -2x + 2$

د $f(x) = \frac{1}{\Delta} x + 2$

۲۰) در تابع خطی $f(x)$ ، اگر $f(1) = 2$ و $f(3) = -3$ باشد، جاهای خالی را پر کنید.

الف) با توجه به $f(1) = 2$ نتیجه می‌گیریم که نقطه‌ی به مختصات (\dots, \dots) روی خط قرار دارد. به همین ترتیب با توجه به $f(3) = -3$

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{(\dots) - (\dots)}{2} = \dots$$

ب) شیب خط برابر است با:

ب) برای پیدا کردن معادله‌ی خط کافی است مختصات یکی از این دو نقطه را به جای (x_0, y_0) در رابطه‌ی $y - y_0 = m(x - x_0)$ و

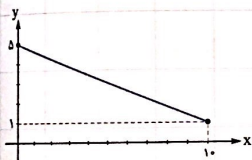
همین‌طور شیب خط را به جای m جای‌گذاری کنیم. بنابراین معادله‌ی خط برابر است با:

۲۱) در تابع خطی $f(x)$ داریم $f(2) = 11$ و $f(-1) = 4$ ، معادله‌ی خط $f(x)$ را بیابید.

۲۲) از جمله‌ی «تابع f از مبدأ عبور می‌کند» چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

۲۳) مقادیر a و b را چنان بیابید که در تابع یا ضابطه‌ی $f(x) = ax + b$ داشته باشیم: $f(0) = 5$ و $f(2) = 3$

۲۴) در شکل زیر بخشی از نمودار تابع خطی f رسم شده است:



$$D_f = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq \dots\}$$

$$R_f = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq \dots\}$$

الف) دامنه و برد تابع f را با پرکردن جاهای خالی تعیین کنید.

ب) ضابطه‌ی جبری تابع f را بنویسید.

ب) به کمک ضابطه‌ی $f(x)$ ، مقدار $f(5)$ را بیابید.

ت) تابع خطی دیگری با همین دامنه و برد رسم کنید و آن را g بنامید.

ث) ضابطه‌ی تابع $g(x)$ را بنویسید.

ج) به کمک ضابطه‌ی $g(x)$ ، مقدار $g(5)$ را بیابید.

ج اگر تا این جا مسئله را درست حل کرده باشید، باید حاصل $f(5)$ را $g(5)$ را مساوی یکدیگر به دست آورده باشید. با رسم نمودار $f(x)$ و $g(x)$ در یک دستگاه مختصات چه اتفاق جالبی در نقطه‌ی $x = 5$ می‌افتد؟ آیا این موضوع ربطی به تساوی $f(5)$ و $g(5)$ دارد؟

۲۵ یک کارگاه تولیدی برای تولید هر کالا ۴۰ تومان هزینه می‌کند و آن را ۵۰ تومان می‌فروشد. اگر هزینه‌ی ثابت کارگاه ۱۰۰۰ تومان باشد و تعداد کالاهای فروخته‌شده را برابر x بگیریم:
الف ضابطه‌ی تابع درآمد $(R(x))$ ، تابع هزینه $(C(x))$ و تابع سود $(P(x))$ را بنویسید.

ب نمودار تابع $P(x)$ را رسم کنید.

پ کارگاه چه تعداد از این کالا را بفروشد تا نه سود کند نه ضرر؟ آیا می‌توانید این نقطه را روی نمودار $P(x)$ نشان دهید.

کنکور ۹۳

۲۶ خط گذرنده از دو نقطه‌ی $(2, 5)$ و $(-1, 3)$ ، خط به معادله‌ی $y + x + 3 = 0$ را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

۴

۳

۲

۱

۲۷ یک نقاش در هر ساعت، ۲ متر مربع از دیوار را رنگ می‌زند. اگر مساحت رنگ‌شده برحسب متر مربع را با A و زمان برحسب ساعت را با t نشان دهیم:

الف ضابطه‌ی تابع A برحسب t را بنویسید.

ب آیا این تابع خطی است؟ چرا؟

ب مساحت رنگ شده پس از ۳ ساعت یعنی همان $A(3)$ را بیابید.

ت جدول روبه‌رو را کامل کنید.

t	۱	$\frac{2}{3}$	۳	۷
A				

۲۸ در تمرین قبلی اگر ۵ متر مربع از دیوار از قبل رنگ شده باشد، رابطه‌ی مساحت رنگ خورده (A) را برحسب زمان (t) بنویسید.

۲۹ علی ۳ تومان پول دارد. اگر هر روز $\frac{1}{5}$ تومان به پس‌اندازش اضافه کند:

الف رابطه‌ی موجودی علی (y) را برحسب تعداد روزها (x) بنویسید.

x	۱	۲	۳	۵	
y	$\frac{4}{5}$				۱۸
(x,y)					

ب جدول روبه‌رو را کامل کنید.

ب نمودار مختصاتی جدول را رسم کنید.

۳۰ نمودار هر یک از سهمی‌های زیر را رسم کنید.

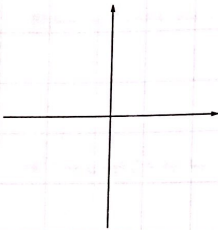
الف $y = x^2 - 4x + 3$

دهانه‌ی سهمی رو به $\Rightarrow a = \dots > 0$ (ضریب x^2)

عرض رأس سهمی \rightarrow جای‌گذاری $= \dots = -\frac{b}{2a}$ = طول رأس سهمی

..... = محل قطع محور y ها $\Rightarrow c = \dots$ (بخش بدون x)

مس مختصات رأس سهمی برابر است با (.....,.....)



Ⓐ $y = -x^2 + 4x$

Ⓑ $y = x^2 - 4x + 4$

Ⓒ $y = 2 - (x - 2)^2$

۳۱) یک مغازه‌ی فروش لباس هر یک از کت‌هایش را x تومان قیمت‌گذاری کرده است. اگر تعداد کت‌های فروخته‌شده برابر $20 - x$ باشد و هزینه‌ی ثابت مغازه نیز برابر ۱۰ تومان باشد یا فرض این‌که هزینه‌ی تولید هر کت ۴ تومان باشد:
الف) ضابطه‌ی تابع درآمد، هزینه و سود را به دست آورید.

۲۱ قیمت هر کت چه قدر باشد تا سود بیشینه شود؟

ب بیشترین سود را حساب کنید.

۲۲ در یک کارگاه تولیدی هر کالا به قیمت ۱۰۰ تومان به فروش می‌رسد. اگر تعداد کالاها را برابر x بگیریم و تابع هزینه برابر $C(x) = x^2 + 20x + 30$ باشد:

الف تابع سود را حساب کنید.

ب چند کالا تولید شود تا بیشترین سود حاصل شود؟

ب بیشترین سود را حساب کنید.

۲۳ اگر $x - p = 20$ باشد، p و x را طوری تعیین کنید که $y = xp$ مینیمم شود.

۲۴ شکل روبه‌رو نمودار کدام تابع است؟

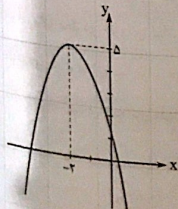
۱ $y = x^2 + 4x + 2$

۲ $y = -x^2 - 2x + 4$

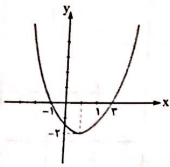
۳ $y = \frac{-1}{3}x^2 - 2x + 5$

۴ $y = \frac{-1}{3}x^2 - 2x + 2$

(نگاره ۱۳)



(کنکور ۹۳)



(۳۶) اگر x تعداد واحد کالا و تابع درآمد به صورت $R(x) = 240x - \frac{1}{20}x^2$ و تابع هزینه به صورت $C(x) = 24000 + 40x$ باشد، ماکسیمم سود چقدر است؟

(کنکور ۹۳)

۱۶۴۰۰۰ (۴)

۱۵۶۰۰۰ (۳)

۱۴۴۰۰۰ (۲)

۱۳۲۰۰۰ (۱)

(کنکور ۹۱)

(۳۷) نمودار سهمی به معادله $y = 2x^2 - 8x + 1$ از کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

چهارم (۴)

سوم (۳)

دوم (۲)

اول (۱)

(کنکور ۹۱)

(۳۸) به ازای کدام مقدار a بیشترین مقدار تابع $f(x) = ax^2 + 20x - 120$ برابر 180 می‌شود؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$-\frac{1}{2}$ (۲)

$-\frac{1}{3}$ (۱)

(کنکور ۹۰)

(۳۹) نقطه‌ی $A(-1, -4)$ رأس سهمی به معادله $y = 2x^2 + ax + b$ است. این سهمی محور y ها را با کدام عرض قطع می‌کند؟

۲ (۴)

-۱ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)