

ریاضی دہم

فصل اول

مستم یک مجموعہ

الگو و دنالہ

مهندس امیر حسین خوینیہا



@hesam.khoeiniha





مجموعه مرجع: در هر بحث مجموعه‌ای را که همهٔ مجموعه‌های مورد بحث زیرمجموعه آن هستند مجموعه مرجع نامیده می‌شود. مثلاً وقتی درباره مجموعه اعداد صحبت می‌کنیم R (اعداد حقیقی) مجموعه مرجع است.

متمم یک مجموعه: اگر u مرجع باشد و $A \subseteq u$ باشد مجموعه $u - A$ را متمم A در u می‌نامیم و آن را با A' نشان می‌دهیم. A' شامل تمام اعضای u است که در A نیست.

$A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$ نکته:

$u' = \emptyset$ و $\emptyset' = u$ نکته:

$(A')' = A$ نکته:

$(A \cup B)' = A' \cap B'$ نکته:

$(A \cap B)' = A' \cup B'$ نکته:

$A - B = A \cap B'$ نکته:

$u - A' = A$ و $u - A = A'$ نکته:

۱- اگر U مجموعه مرجع باشد، حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

الف) \emptyset'



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

ب) U'

پ) $A \cup A'$

ت) $A \cap A'$

ث) $A - A'$



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

$$A' - A \text{ (ج)}$$

$$A - U \text{ (چ)}$$

$$(A' - U)' \text{ (ح)}$$

۲- اگر N مجموعه مرجع باشد، متمم مجموعه‌های زیر را مشخص کنید.

$$A = \{x \in N \mid x^2 > 20\} \text{ (ف)}$$



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\} \text{ (ب)}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid 6x \leq x^2\} \text{ (پ)}$$

۳- کدام یک از جملات زیر درست و کدام نادرست است؟

الف) متمم یک مجموعه متناهی، متناهی است.

ب) متمم یک مجموعه نامتناهی، نامتناهی است.

پ) اگر یک مجموعه و متمم آن متناهی باشند، مجموعه مرجع متناهی است.

ث) اگر یک مجموعه و متمم آن نامتناهی باشند، مجموعه مرجع نامتناهی است.

ث) اگر $A \subseteq B$ ، آن‌گاه $A' \subseteq B'$.



مهندس امیر حسین خویی‌ها

۴- فرض کنید $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ مجموعه مرجع باشد و $A = \{1, 3, 5\}$ مجموعه‌های

$(U \cup A)'$ و $(U \cap A)'$ را پیدا کنید.

۵- اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ مجموعه مرجع باشد، $A = \{1, 4, 6, 8\}$ ، $B = \{1, 3, 5, 8\}$ و

$C = \{2, 3, 4, 7, 9\}$. مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضا مشخص کنید.

الف) A'

ب) B'

پ) C'



مهندس امیر حسین خوبی ہا

ت) $(A - B)'$

ث) $(A' \cap B)'$

ج) $(A' - B) - C'$

۶- فرض کنید $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ، $A = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ و $B = \{2, 3, 5, 8\}$ نشان دهید

$$A' - B' = B - A$$



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۷- فرض کنید مجموعه مرجع R باشد، $A = [0, 1)$ ، $B = (-1, 1)$ و $C = (-2, 1]$. مجموعه

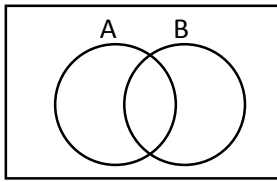
$(A \cap B) \cup (A' \cap C')$ را مشخص کنید.

۸- فرض کنید مجموعه مرجع R باشد، $A = [0, 1)$ ، $B = (-1, 1)$ و $C = (-2, 1]$. مجموعه

$A' \cap B' \cap C'$ را مشخص کنید.



مهندس امیر حسین خوینی‌ها



تعداد اعضای اجتماع دو مجموعه:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

نکته: اگر دو مجموعه ناتهی اشتراکی نداشته باشند آن‌ها را دو مجموعه مجزا یا جدا از هم می‌نامند.

۹- از ۷۵ نفر ساکنان یک آپارتمان مسکونی ۴۳ نفر چای دوست دارند، ۳۷ نفر قهوه دوست دارند و

۱۰ نفر نه چای دوست دارند و نه قهوه.

الف) چند نفر نه چای دوست دارند و نه قهوه؟

ب) چند نفر فقط قهوه دوست دارند؟

۱۰- از ۲۰۰ نفر دانش‌آموز پایه دهم یک مدرسه، ۱۷۵ نفر عاشق فوتبال‌اند و ۱۷۰ نفر عاشق شطرنج.

در این پایه دست کم چند نفر هم عاشق فوتبال‌اند و هم شطرنج؟



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۱۱- در شرایط زیر $n(A)$ را محاسبه کنید.

الف) $n(B) = 20$ ، $n(A \cup B) = 50$ و $n(A \cap B) = 10$

ب) $n(B) = x$ ، $n(A \cup B) = 30$ و $n(A \cap B) = \frac{x}{2}$ و $n(A) = 2x$

پ) $n(A - B) = 10$ ، $n(B - A) = 30$ و $n(A \cup B) = 60$

۱۲- اگر A و B دو مجموعه از مجموعه مرجع U باشند که دارای ۱۰۰ عضو است و داشته باشیم

$n(A) = 30$ ، $n(B) = 40$ و A و B دارای ۱۰ عضو مشترک باشند، مقادیر زیر را محاسبه کنید.

الف) $n(A')$ ب) $n((A \cup B)')$ پ) $n(A \cap B')$ ت) $n(A \cup B')$



مهندس امیر حسین خویی‌ها

۱۳- ده جعبه داریم که در ۵ تا از آنها مداد وجود دارد. در ۴ تا خود کار وجود دارد و در ۲ تا از جعبه‌ها هم مداد وجود دارد و هم خود کار. مشخص کنید در چند تا از جعبه‌ها نه مداد وجود دارد نه خود کار؟

۱۴- در میان ۷۰۰ نفر ساکنان یک مجتمع مسکونی، هرکس دست کم به یکی از زبان‌های فارسی یا ترکی صحبت می‌کند. اگر تعداد کسانی که می‌توانند فارسی صحبت کنند ۵۸۰ نفر باشد و تعداد کسانی که می‌توانند به هر دو زبان صحبت کنند ۸۰ نفر باشد، چند نفر فقط می‌توانند به ترکی صحبت کنند؟

۱۵- از ۴۲۰ نفر دانش‌آموز یک مدرسه هرکس دست کم به یکی از ورزش‌های فوتبال یا والیبال علاقه دارد. اگر ۳۵۰ نفر به فوتبال علاقه داشته باشند و ۲۴۰ نفر به والیبال، چند نفر فقط به والیبال علاقه دارند؟



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۱۶- در یک کلاس ۴۵ نفری، تعداد ۲۵ نفر عضو گروه سرود و تعداد ۱۵ نفر عضو گروه تئاتر هستند. اگر

۵ نفر از دانش‌آموزان این کلاس عضو هر دو گروه باشند،

الف) چند نفر فقط عضو گروه تئاتر هستند؟

ب) چند نفر فقط عضو یک گروه هستند؟

پ) چند نفر عضو هیچ گروهی نیستند؟



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۱۷- از ۹۶ نفر دانش‌آموز پایه دهم ۴۸ نفر فوتبال بازی می‌کنند و ۴۵ نفر والیبال. اگر $\frac{1}{6}$

این دانش‌آموزان نه فوتبال بازی کنند و نه والیبال، چند تا از آنها هم فوتبال بازی می‌کنند هم والیبال؟

۱۸- فرض کنید A و B دو زیرمجموعه از مجموعه U باشند. $n(A \cap B) = 100$ ، $n(B) = 200$ ، $n(A) = 300$ و $n(U) = 1000$. مقدار $n(A' \cap B')$ را پیدا کنید.



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

درس سوم:

الگوها و دنباله‌ها:

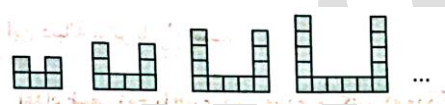
در سالهای قبل با مفهوم الگو و دنباله آشنا شده‌ایم.

هدف در این قسمت آن است که بتوانیم سوال پرسیده شده در مرحله n ام را حدس بزنیم.

۱۹- در الگوی زیر شکل n ام از چند نقطه رنگی درست شده است؟



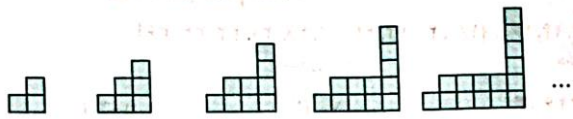
۲۰- در شکل n ام الگوی زیر چند مربع وجود دارد؟





مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۲۱- تعداد مربع‌های کوچک در شکل n ام الگوی زیر چند تا است؟



۲۲- شکل n ام الگوی زیر از چند نقطه رنگی درست شده است؟



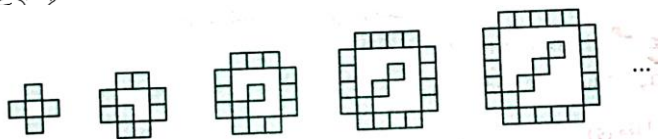
۲۳- تعداد نقطه‌ها در شکل n ام الگوی زیر چندتا است؟



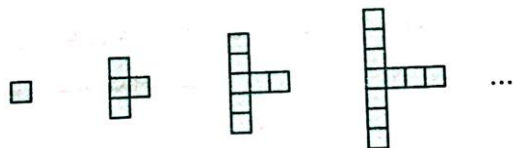


مهندس امیرحسین خوینی‌ها

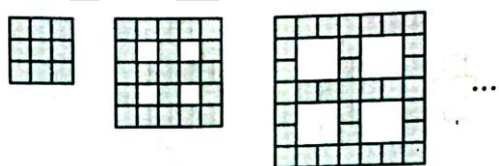
۲۴- شکل n ام الگوی زیر از چند مربع کوچک درست شده است؟



۲۵- برای ساختن شکل ۱۵۰ ام در الگوی زیر چند مربع کوچک لازم داریم؟



۲۶- تعداد مربع‌های رنگی در شکل n ام الگوی زیر چند تا است؟



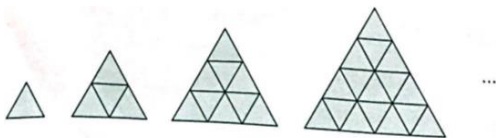


مهندس امیر حسین خوینی‌ها

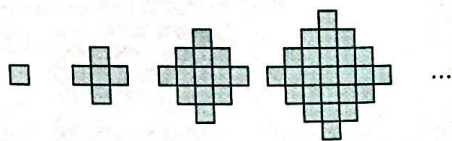
۲۷- در شکل n ام الگوی زیر چند نقطه وجود دارد؟



۲۸- در شکل n ام الگوی زیر چند مثلث کوچک وجود دارد؟



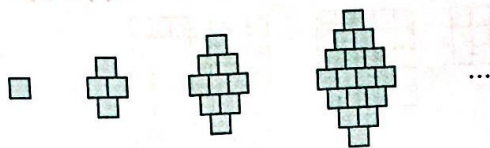
۲۹- شکل n ام الگوی زیر از چند مربع کوچک درست شده است؟



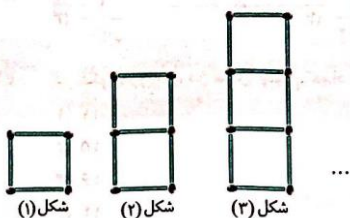


مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۳۰- آیا می‌توان با ۱۲۳ مربع کوچک یکی از شکل‌های الگوی زیر را ساخت؟



۳۱- در الگوی مقابل که به کمک چوب کبریت ساخته شده است، تعداد چوب کبریت‌ها در شکل



بیستم کدام است؟

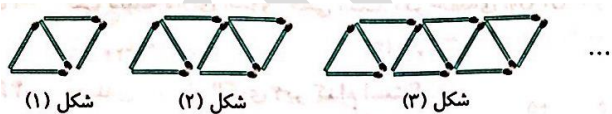
۵۹(۱)

۶۰(۲)

۶۱(۳)

۶۲(۴)

۳۲- تعداد چوب کبریت‌ها در شکل پانزدهم الگوی مقابل چقدر است؟



۶۰(۲)

۵۹(۱)

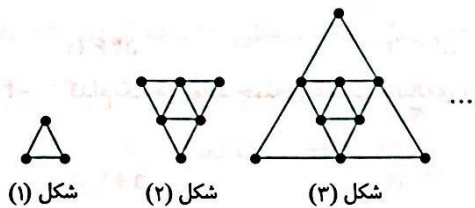
۶۲(۴)

۶۱(۳)



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۳۳. در شکل nام از الگوی مقابل چند نقطه دیده می‌شود؟



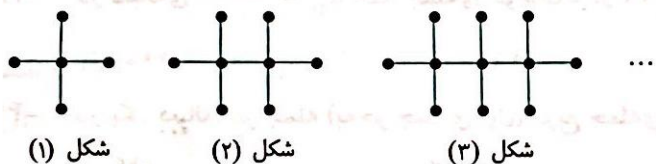
(۱) $\frac{n(n+1)}{2}$

(۲) $3n$

(۳) $n+2$

(۴) n^2+2

۳۴. تعداد نقاط شکل بیستم در الگوی مقابل چندتا است؟



(۱) ۶۰

(۲) ۶۱

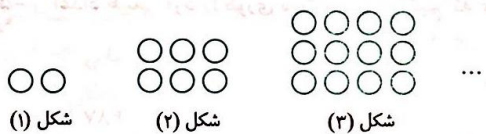
(۳) ۶۲

(۴) ۶۴



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۳۵. در شکل بیستم الگوی مقابل چند دایره وجود دارد؟



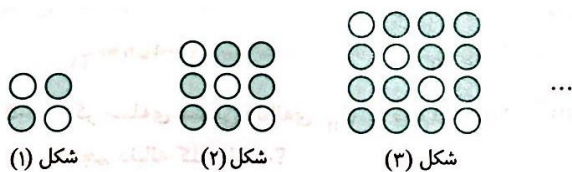
۴۱۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

۴۴۰ (۴)

۴۲۰ (۳)

۳۶. تعداد دایره‌های رنگی در شکل nام الگوی مقابل کدام است؟



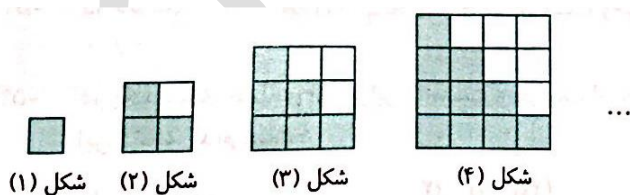
$n^2 + 1$ (۱)

$2n^2$ (۲)

$3n^2 - 1$ (۳)

$n^2 + n$ (۴)

۳۷. در الگوی مقابل، اختلاف تعداد مربع‌های رنگ‌شده و رنگ‌نشده در شکل ۳۰ام چقدر است؟



۱۵ (۱)

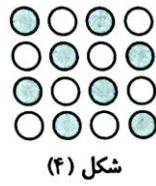
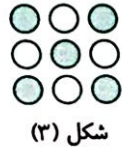
۲۰ (۲)

۳۰ (۳)

۳۵ (۴)



۳۸. در الگوی روبرو، در شکل چندم تعداد گوی‌های رنگی برابر با ۱۱۳ است؟



۱۷ (۱)

۱۵ (۲)

۱۶ (۳)

۱۴ (۴)

الگوی خطی: فرم کلی هر الگوی خطی به صورت $a_n = an + b$ است.

مثال) در الگوی خطی جمله‌های سوم و دوازدهم به ترتیب ۱۱ و ۴۷ است. جمله عمومی را بیابید.

دنباله حسابی:

به دنباله‌ای از اعداد گفته می‌شود که با یک عدد ثابت جمع می‌شود و آن عدد ثابت قدرنسبت نام دارد

که آن را با d نشان می‌دهیم.



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

به چند دنباله حسابی دقت کنید.

$$1, 2, 3, 4, \dots \quad d=1$$

$$5, 7, 9, 11, \dots \quad d=2$$

$$10, 7, 4, 1, \dots \quad d=-3$$

نکته: جمله عمومی دنباله حسابی $a_n = a_1 + (n-1)d$ است.

$$a_5 =$$

$$a_{15} =$$

$$a_8 =$$

$$a_7 =$$

$$a_{13} =$$

$$a_{27} =$$

نکته: اگر سه جمله متوالی از دنباله حسابی داشته باشیم مانند a و b و c رابطه زیر برقرار است.

$$2b = a + c$$

به عدد b واسطه حسابی می‌گوییم.

۳۹- در هر مورد مشخص کنید دنباله‌ای که جمله عمومی‌اش داده شده، دنباله‌ای حسابی است یا

خیر. اگر دنباله‌ای حسابی است، قدرنسبت آن را بدست آورید.

$$a_n = 3n - 1 \quad (\text{الف})$$



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

$$a_n = 2^n \quad (\text{ب})$$

$$a_n = \frac{n^2 + 4n + 3}{n + 3} \quad (\text{پ})$$

۴۰- جمله عمومی دنباله‌های حسابی زیر را پیدا کنید.

الف) ۴, ۷, ۱۰, ۱۳, ...

ب) ۹, ۴, -۱, -۶, ...



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۷, ۲, -۳, -۸, ...

۴۱- جمله ۴۰ام دنباله حسابی زیر را پیدا کنید.

۴۲- آیا در دنباله حسابی ... ۳, ۷, ۱۱ جمله‌ای هست که برابر با ۲۲۵ باشد؟

۴۳- تعداد جمله‌های دنباله حسابی زیر چقدر است؟

۹۴, ..., ۹, ۴, -۱, -۶



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۴۴- عددهای ۲، a و ۱۶ جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی‌اند. مقدار a چقدر است؟

۴۵- بین عددهای ۷ و ۳۹ سه واسطه‌ی حسابی درج کنید.

۴۶- مجموع سه عدد که دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند، برابر ۳۰ و حاصل ضرب آن‌ها برابر ۹۱۰ است. این اعداد را مشخص کنید.



دنباله هندسی:

به دنباله‌ای از اعداد می‌گویند که در یک عدد ثابت ضرب می‌شود و به آن عدد ثابت قدرنسبت می‌گویند.

گوییم و آن را با r نشان می‌دهیم.

$$1, 2, 4, 8, \dots, r = 2$$

$$5, \frac{5}{2}, \frac{5}{4}, \dots, r = \frac{1}{2}$$

$$2, 2\sqrt{3}, 6, 6\sqrt{3}, \dots, r = \sqrt{3}$$

جمله عمومی دنباله هندسی $a_n = a_1 r^{n-1}$ است.

$$a_{12} =$$

$$a_{10} =$$

$$a_{13} =$$

$$a_5 =$$

$$a_{15} =$$

$$a_8 =$$

نکته: اگر سه جمله متوالی مانند a, b, c داشته باشیم که تشکیل دنباله هندسی بدهد رابطه زیر

$$b^2 = a.c$$

برقرار است. به b واسطه هندسی می‌گوییم.

۴۷- در هر مورد مشخص کنید دنباله‌ای که جمله عمومی‌اش داده شده، دنباله‌ای هندسی است یا

خیر. اگر دنباله‌ای هندسی است، قدرنسبت آن را بدست آورید.

$$a_n = 3^n \text{ (الف)}$$



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

$$a_n = (-1)^n 4^n \text{ (ب)}$$

$$a_n = 3^n \times 2^{n+1} \text{ (پ)}$$

۴۸- ثابت کنید دنباله‌ای که جمله‌ی عمومی‌اش $a_n = (-1)^n \sqrt{3^n}$ است، دنباله‌ای هندسی است.

قدرنسبت این دنباله هندسی چند است؟



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۴۹- جمله چندم دنباله هندسی زیر، برابر $\frac{512}{729}$ است؟

۱۸، -۱۲، ۸، ...

۵۰- عددهای ۴، a و ۱۶ جمله‌های متوالی دنباله‌ای هندسی‌اند. مقدار a چقدر است؟

۵۱- مجموع سه عدد که دنباله‌ای هندسی تشکیل می‌دهند، برابر $\frac{21}{4}$ و حاصل ضرب آنها $\frac{27}{8}$ است.

این اعداد را مشخص کنید.



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۵۲- در دنباله هندسی ... $x - 2, x + 2, x + 7$ جمله چهارم کدام است؟

$$\frac{25}{64} \text{ (۴)}$$

$$\frac{25}{16} \text{ (۳)}$$

$$\frac{16}{5} \text{ (۲)}$$

$$\frac{64}{5} \text{ (۱)}$$

۵۳- میان عددهای ۲ و ۱۶۲، سه جمله چنان نوشته‌ایم که ۵ عدد حاصل دنباله‌ای هندسی تشکیل می‌دهند. حاصل جمع این ۳ جمله کدام عدد ممکن است باشد؟

$$78 \text{ (۴)}$$

$$72 \text{ (۳)}$$

$$68 \text{ (۲)}$$

$$82 \text{ (۱)}$$

۵۴- اعداد 2^a ، $4\sqrt{2}$ و 2^b سه جمله متوالی یک دنباله هندسی‌اند. واسطه حسابی بین a و b کدام است؟

$$\sqrt{2} \text{ (۴)}$$

$$1/5 \text{ (۳)}$$

$$2 \text{ (۲)}$$

$$2/5 \text{ (۱)}$$



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۵۵- اگر $3x - y, 2x - y, 8x - 4y$ جملات متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، حاصل $\frac{3x - y}{2}$ کدام است؟

۲۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۴ (۲)

۴۸ (۱)

۵۶- حاصل ضرب چهار جمله متوالی یک دنباله هندسی با جمله‌های مثبت برابر ۸۱ است. اگر عدد بزرگتر ۲۴ باشد، قدرنسبت دنباله کدام است؟

$\frac{9}{4}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۵۷- در دنباله‌ای هندسی می‌دانیم $a_3 = \frac{5}{2}$ و $a_9 = \frac{1}{125}$. مقدار a_6 کدام است؟

(۴) گزینه‌های ۲ و ۳

$-\frac{2}{5}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{4}{5}$ (۱)



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۵۸- حاصل ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی برابر ۸ و حاصل جمع آن‌ها برابر $\frac{۶۲}{۵}$ است.

عدد کوچک‌تر کدام است؟

$$۲(۴)$$

$$۱(۳)$$

$$\frac{۲}{۵}(۲)$$

$$\frac{۱}{۵}(۱)$$

۵۹- اگر X, Y, Z, t جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی و X, Y, Z, t جمله‌های متوالی دنباله‌ای هندسی

باشند، مقدار $\frac{t}{X}$ چند است؟

$$۳(۴)$$

$$\frac{۱}{۲}(۳)$$

$$۱(۲)$$

$$۲(۱)$$



مهندس امیر حسین خوینی‌ها

۶۰- جمله‌های اول، نهم و چهل و نهم دنباله‌ای حسابی و غیر ثابت، دنباله‌ای هندسی تشکیل می‌دهند. قدرنسبت دنباله‌ی هندسی چند است؟

۴(۴)

۵(۳)

۶(۲)

۷(۱)

۶۱- در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم، سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی اند. چندمین جمله‌ی این دنباله حسابی صفر است؟

۱۲(۴)

۱۱(۳)

۱۰(۲)

۹(۱)