

$$n^{\text{th}} \text{ term} = a r^{n-1}$$

## Example

$$\begin{aligned} 8^{\text{th}} \text{ term} &= (3)(2)^{8-1} \\ &= (3)(2)^7 \\ &= 3 \times 128 \end{aligned}$$

فصل اول

### مجموعه، الگو و دنباله

#### درس ۱

مجموعه اعداد: برخی از مجموعه‌های خاص اعداد به صورت زیر است:

$N = \{1, 2, 3, \dots\}$  مجموعه اعداد طبیعی

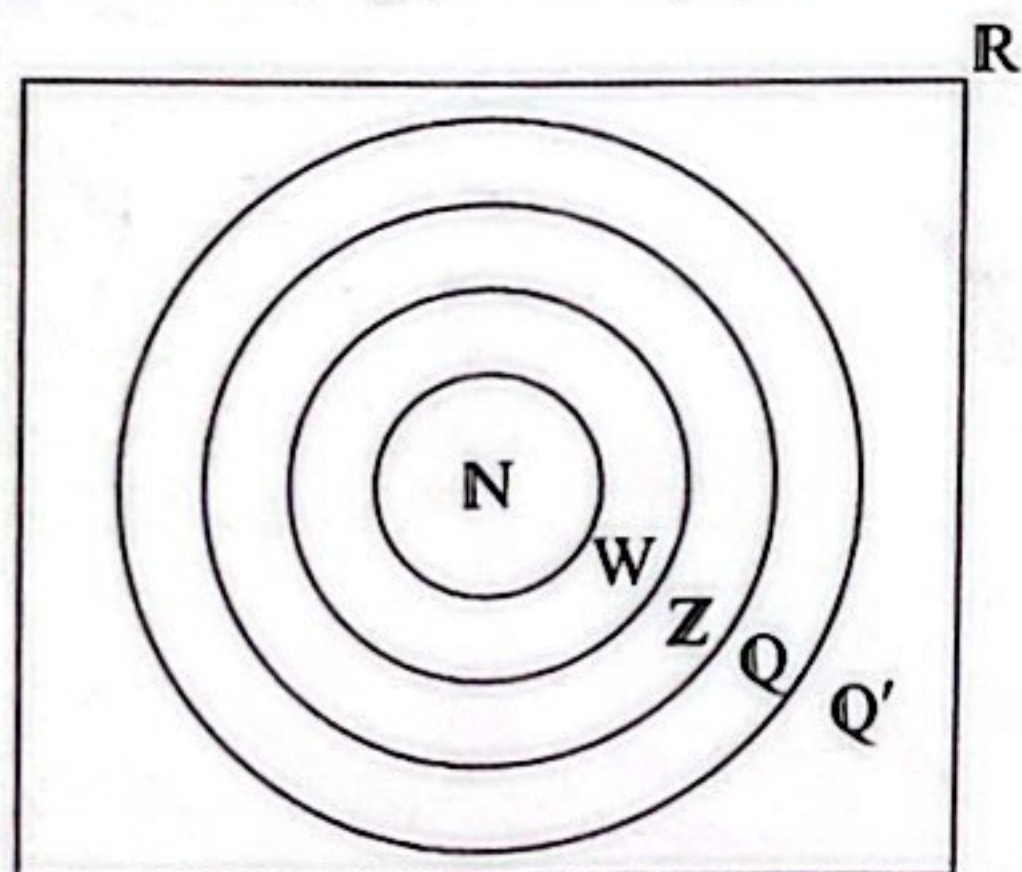
$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$  مجموعه اعداد حسابی

$Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  مجموعه اعداد صحیح

$Q = \{\frac{m}{n} \mid m, n \in Z, n \neq 0\}$  مجموعه اعداد گویا

$Q' = \{x \in R \mid x \notin Q\}$  مجموعه اعدادی که نتوان عضوهای آن را به صورت نسبت دو عدد صحیح نمایش داد.

$R = Q \cup Q'$  مجموعه اعداد حقیقی



$$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R$$

$$Q' \subseteq R$$

$$R - Q = Q'$$

$$R - Q' = Q$$

هر عدد دلخواه را می‌توان روی محور اعداد نمایش داد و همچنین هر نقطه روی محور اعداد، نمایش دهنده یک عدد حقیقی است.

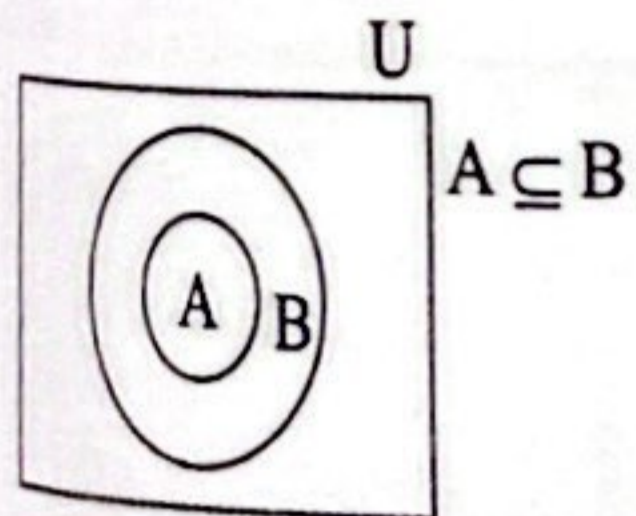
مثال: مجموعه  $A = \{x^2 \mid x \in Z, -1 < x + 2 \leq 5\}$  را با اعضا مشخص کنید.

پاسخ:

$$-1 < x + 2 \leq 5 \Rightarrow -3 < x \leq 3 \Rightarrow x = -2, -1, 0, 1, 2, 3 \Rightarrow A = \{(-2)^2, (-1)^2, 0^2, (1)^2, (2)^2, (3)^2\}$$

$$\Rightarrow A = \{4, 1, 0, 1, 4, 9\} \Rightarrow A = \{0, 1, 4, 9\}$$

زیرمجموعه: مجموعه  $A$  را زیرمجموعه مجموعه  $B$  می‌گویند، هرگاه هر عضو از  $A$ ، عضوی از مجموعه  $B$  باشد.



تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه  $n$  عضوی برابر  $2^n$  است.





## سوالات طبقه‌بندی



۱- کدام حکم نا درست است؟

$$NUW = W \quad (1)$$

$$Z \subset Q \quad (2)$$

$$W \cap Z = W \quad (3)$$

$$W - N = \emptyset \quad (4)$$

۲- کدام عبارت درست نیست؟

(۱) جمع دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.

(۳) ضرب دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.

(۲) تفریق دو عدد طبیعی، عدد طبیعی است.

(۴) هیچ کدام

۳- کدام یک از عبارات زیر بیانگر یک عدد طبیعی نیست؟

(۱) تعداد صفحات کتاب ریاضی دهم

(۳) میزان وزن یک انسان

(۲) تماشاگران یک بازی فوتبال

(۴) تعداد برگ‌های یک درخت در بهار

۴- تعدادی از اعداد حسابی که عدد طبیعی نیستند، جزء کدام دسته از اعداد نیستند؟

(۱) اعداد گویا

(۲)  $W$

(۳) اعداد حقیقی

(۴) اعداد فرد

۵- کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

(۱) کوچکترین عدد اول از دو برابر کوچکترین عدد طبیعی بزرگتر است.

(۳) ضرب دو عدد اول تقسیم بر عدد اول، عدد طبیعی نیست.

(۲) تقسیم دو عدد اول ضربدر عددی اول، عدد طبیعی نیست.

(۴) تفاضل دو عدد اول با عدد ۳ می‌تواند عدد اول طبیعی باشد.

۶- کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱) مجموعه شامل اعداد گنگ و گویا اعداد حقیقی‌اند.

(۳) هر کسر با مخرج غیرصفر لزوماً عددی گویا نیست.

(۲) اعداد حقیقی یا گنگ هستند یا گویا.

(۴) اگر  $x$  عدد طبیعی باشد، آن‌گاه هر عدد طبیعی مثل  $\sqrt{x}$  عددی گنگ است.

۷- کدام گزینه صحیح است؟

(۱) مجموع هر دو عدد گنگ عددی گنگ خواهد بود.

(۲) حاصل ضرب دو عدد گنگ عددی گنگ خواهد بود.

(۳) حاصل تقسیم هر عدد گنگ بر هر عدد گویای غیرصفر، حتماً عددی گنگ خواهد بود.

(۴) رادیکال به فرجه ۳ مکعب هر عدد گنگ می‌تواند عددی گنگ نباشد.

۸- کدام گزینه درست نیست؟

(۱) مجموعه اعداد طبیعی و قرینه اعداد طبیعی و عدد صفر، اعداد صحیح را تشکیل می‌دهند.

(۲) مجموعه اعداد حسابی همان مجموع اعداد صحیح نامنفی است.

(۳) مجموع اعدادی که نه مثبت‌اند و نه منفی با اعداد طبیعی همان اعداد صحیح نامثبت هستند.

(۴) مجموعه اعداد حسابی و قرینه اعداد طبیعی  $Z$  است.

۹- چه تعداد از جملات زیر صحیح نیست؟

الف) بین هر دو عدد صحیح حداقل یک عدد صحیح وجود دارد.

ب) مربع هر عدد با مربع قرینه آن عدد برابر است.

پ) اعداد صحیح همان قرینه اعداد حسابی به همراه اعداد طبیعی هستند.

(۱) صفر

(۲) یک

(۳) دو

(۴) سه



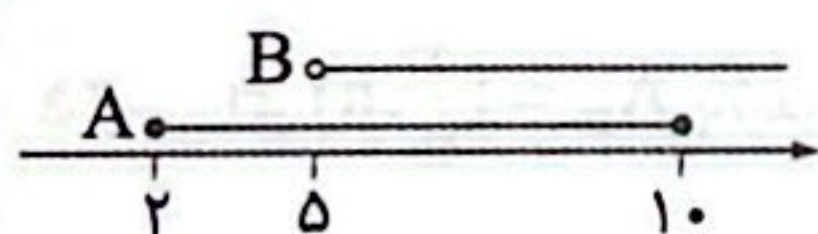
درس ۲

بازه یا فاصله: زیرمجموعه‌هایی از مجموعه اعداد حقیقی که شامل تمام اعداد حقیقی بین دو عدد مشخص باشند را بازه یا فاصله می‌گویند.

نوع بازه	بازه	نمایش مجموعه‌ای	نمایش هندسی
باز	$(a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$	
بسته	$[a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$	
نیم‌باز (نیم‌بسته)	$[a, b)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$	
نیم‌باز (نیم‌بسته)	$(a, b]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$	
نیم‌باز	$[a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$	
نیم‌باز	$(-\infty, a]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$	
باز	$(a, +\infty)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$	
باز	$(-\infty, a)$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$	
باز	$(-\infty, +\infty)$	$\mathbb{R}$	

مثال: اگر  $A = [2, 10]$  و  $B = (5, +\infty)$ ،  $A \cup B$ ،  $A \cap B$ ،  $A - B$  و  $B - A$  کدام است؟

پاسخ:



$$A \cap B = (5, 10]$$

$$A \cup B = [2, +\infty)$$

$$A - B = [2, 5]$$

$$B - A = (10, +\infty)$$



## سوالات طبقه‌بندی

۱۷- کدام توصیف برای مجموعه  $\{x | x > 2\}$  مناسب است؟

- (۱) مجموعه اعداد کسری و بزرگتر از ۲  
 (۲) مجموعه اعداد حقیقی و بزرگتر از ۲  
 (۳) مجموعه اعداد کسری و صحیح بزرگتر از ۲  
 (۴)  $\{3, 4, 5, \dots\}$

۱۸- اگر  $A = \{x | -1 < x < 2\}$  و  $B = \{x | -2 < x < 2\}$  باشند،  $A \cap B$  کدام است؟

- (۱)  $\{x | -1 \leq x < 2\}$   
 (۲)  $\{x | -1 < x < 2\}$   
 (۳)  $\{x | -1 \leq x \leq 2\}$   
 (۴)  $\{x | -2 \leq x < -1\}$

۱۹- اگر  $A = \{x | x < 1\}$  و  $B = \{x | x > -1\}$ ، آن‌گاه  $A \cap B$  کدام مجموعه است؟

- (۱)  $\{x | -1 < x < 1\}$   
 (۲)  $\{x | -1 < x \leq 1\}$   
 (۳)  $\{x | x > 1\}$   
 (۴)  $\{x | x < 1\}$

۲۰- اگر  $A = (-5, 2]$  و  $B = (-2, 7]$  باشد،  $(A \cap B) \cup (A - B)$  کدام است؟

- (۱)  $(-2, 2]$   
 (۲)  $[-2, 2]$   
 (۳)  $(-5, 2]$   
 (۴)  $(2, 7)$

۲۱- اگر  $A = (-\infty, 2]$ ،  $B = [-5, 2)$  و  $C = (-4, +\infty)$  باشد،  $B - (A \cap C)$  را می‌توان به صورت بازه  $[a, b]$  نوشت،  $b - a$  کدام است؟

- (۱) ۱  
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴) ۴

۲۲- اگر  $A = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$  و  $B = \{x | x \in \mathbb{N} - 1, n \in \mathbb{N}\}$ ،  $B \subset A$  و آن‌گاه  $B$  چند عضو دارد؟

- (۱) ۶  
 (۲) ۷  
 (۳) ۲۹  
 (۴) ۳۰

۲۳- اگر  $U = (-\infty, 10]$  مجموعه مرجع  $A = [-3, 10]$  و  $B = [-5, 7]$  باشد،  $U - (A - B)$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, -3]$   
 (۲)  $(-\infty, -3)$   
 (۳)  $(-\infty, 7]$   
 (۴)  $(-\infty, 7)$

۲۴- اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} | -3x + 5 \leq -1\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{R} | -7 \leq 2x + 1 \leq 5\}$  باشد،  $A \cap B$  کدام است؟

- (۱)  $[-4, +\infty)$   
 (۲)  $[2, +\infty)$   
 (۳)  $\{2\}$   
 (۴)  $\emptyset$

۲۵- اگر  $A_n = [\frac{1}{n}, n]$  باشد،  $A_7 \cap A_3 \cap A_4 \cap \dots \cap A_1$  کدام است؟

- (۱)  $A_7$   
 (۲)  $A_1$   
 (۳)  $A_1 - A_7$   
 (۴)  $\emptyset$

۲۶- اگر  $A = [0, 2)$ ،  $B = [2, +\infty)$  و  $C = (0, \frac{5}{2})$  باشد،  $(A \cap B) - C$  کدام است؟

- (۱)  $(\frac{5}{2}, 2)$   
 (۲)  $(\frac{5}{2}, 2)$   
 (۳)  $(0, 2)$   
 (۴)  $(0, 2]$

۲۷- اگر عدد ۲ به بازه  $[-i + 1, 2i - 7]$  تعلق داشته باشد، آن‌گاه:

- (۱)  $i \geq -1$   
 (۲)  $-1 \leq i < 2$   
 (۳)  $i > 2$   
 (۴)  $1 \leq i \leq 3$

۲۸- اگر  $A_n = (\frac{-2}{n}, \frac{n-2}{n})$  به صورت بازه باشد، مجموعه  $(A_3 \cup A_6) - A_3$  برابر کدام بازه است؟

(سراسری خارج از کشور - ۸۶)

- (۱)  $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$   
 (۲)  $(-\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$   
 (۳)  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$   
 (۴)  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

اهی: مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی باشد را مجموعه متناهی (باپایان) می‌نامیم.

مجموعه تهی یک مجموعه متناهی است.

متناهی: مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آن‌ها را نمی‌توان با یک عدد حسابی بیان کرد.

مجموعه‌های متناهی ممکن است دارای تعداد بسیار زیادی عضو باشد که گاهی برای شمارش آن‌ها به زمان و امکانات زیادی نیاز است. ماز مجموعه تعداد حشرات کره زمین یک مجموعه متناهی است.

نکات مربوط به مجموعه‌های متناهی و نامتناهی:

- ۱ اشتراک دو مجموعه متناهی، مجموعه‌ای متناهی است.
- ۲ اجتماع دو مجموعه متناهی، مجموعه‌ای متناهی است.
- ۳ تفاضل یک مجموعه متناهی از یک مجموعه متناهی دیگر، مجموعه متناهی است.
- ۴ اشتراک دو مجموعه نامتناهی، ممکن است مجموعه‌ای متناهی یا مجموعه‌ای نامتناهی باشد.
- ۵ اجتماع دو مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.
- ۶ تفاضل دو مجموعه نامتناهی، ممکن است مجموعه متناهی یا مجموعه نامتناهی باشد.
- ۷ اشتراک یک مجموعه متناهی و یک مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای متناهی است.
- ۸ اجتماع یک مجموعه متناهی و یک مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.
- ۹ تفاضل یک مجموعه متناهی از یک مجموعه نامتناهی، مجموعه‌ای نامتناهی است.
- ۱۰ تفاضل یک مجموعه نامتناهی از یک مجموعه متناهی، مجموعه‌ای متناهی است.

متناهی  $A \rightarrow A - B \rightarrow$  متناهی  
 نامتناهی  $B \rightarrow B - A \rightarrow$  نامتناهی

## سوالات طبقه‌بندی

۳

۳۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر نامتناهی است؟

(۱) مجموعه اعداد اول کوچک‌تر از ۹۲۶۵

(۳) مجموعه اعداد صحیح ۶۷۵ رقمی

(۲) مجموعه اعداد اعشاری بین  $0.3/4$  و  $0.6/3$

(۴) مجموعه اعداد صحیح مربع کامل و کوچک‌تر از ۹۹۹۲

۳۲- اگر  $A$  و  $B$  هر دو مجموعه‌های نامتناهی باشند، کدام گزینه درست نیست؟

(۱)  $A \cap B$  ممکن است متناهی باشد.

(۲)  $A - B$  لزوماً نامتناهی است.

(۳)  $A' \cup B'$  ممکن است نامتناهی باشد.

(۴)  $A \cup B$  لزوماً نامتناهی است.

۳۳- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(۱)  $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 > 2000\}$

(۲)  $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 < 2000\}$

(۳)  $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x > 2000\}$

(۴)  $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < 2000\}$

۳۴- چه تعداد از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

(الف)  $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \in (-\infty, 6] \cap [-2, +\infty)\}$

(ب) مجموعه تمام مثلث‌های قائم‌الزاویه با دو ضلع به طول ۱ و ۳

(پ)  $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{12}{x} \in \mathbb{Z}\}$

(ت)  $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2^x \leq 16\}$

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

۳۵-

اگر مجموعه  $A$  متناهی و مجموعه  $B$  نامتناهی باشد، در چه صورت حتماً مجموعه‌ای نامتناهی خواهیم داشت؟

(۱)  $A - B$

(۲)  $B - A$

(۳)  $A \cap B$

(۴) هیچ‌کدام

۳۶- کدام مجموعه متناهی است؟

(۱) تعداد خطوط گذرنده از مبدأ

(۲) تعداد نقاط موجود در یک برگه کاغذ

(۳) تعداد موهای سر یک انسان

(۴) تعداد مضارب طبیعی عدد ۱۲

۳۷- کدام مجموعه متناهی است؟

(۱)  $(\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}) - \mathbb{W}$

(۲)  $\mathbb{W} - \mathbb{N}$

(۳)  $\mathbb{Z} \cap \mathbb{N}$

(۴)  $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$

۳۸- کدام مجموعه با پایان است؟

(۱)  $\mathbb{Z} - \mathbb{W}$

(۲)  $\mathbb{W} \cap \mathbb{N}$

(۳)  $\mathbb{Z} \cap \mathbb{W}$

(۴)  $\mathbb{W} - \mathbb{N}$