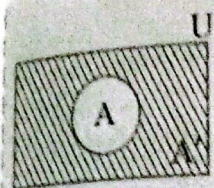


مجموعه مرجع؛ در هر مبحث، مجموعه‌ای را که همه مجموعه‌های مورد بحث، زیرمجموعه آن باشند را مجموعه مرجع می‌گوییم و با U نشان می‌دهیم. به عنوان مثال، مجموعه دانش‌آموزان پایه دهم یا معدل ۱۸ در کل کشور، در این صورت مجموعه مرجع، کل دانش‌آموزان پایه دهم کل کشور خواهد بود. متمم یک مجموعه؛ هرگاه U مجموعه مرجع و $A \subseteq U$ باشد، آن‌گاه مجموعه $U - A$ را متمم مجموعه A می‌گویند و با A' نمایش می‌دهند.

A' شامل عضوهایی در U می‌باشد که در A نیستند.



$$A' = U - A$$

نکات مربوط به متمم مجموعه:

- | | | |
|-----------------------|---|------------------------------|
| ① $A \cup A' = U$ | ② $A \cap A' = \phi$ | ③ $(A')' = A$ |
| ④ $U - A = A'$ | ⑤ $U - A' = A$ | ⑥ $\phi' = U$ |
| ⑦ $U' = \phi$ | ⑧ $(A \cup B)' = A' \cap B'$ | ⑨ $(A \cap B)' = A' \cup B'$ |
| ⑩ $A - B = A \cap B'$ | ⑪ $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$ | |

مثال: در یک کلاس ۲۲ نفره، ۸ نفر عضو المپیاد ریاضی، ۵ نفر عضو المپیاد فیزیک و ۳ نفر عضو هر دو المپیاد هستند.

الف) چند نفر عضو المپیاد ریاضی نیستند؟

ب) چند نفر عضو حداقل یکی از دو المپیاد هستند؟

پ) چند نفر فقط عضو المپیاد فیزیک هستند؟

ت) چند نفر عضو هیچ‌کدام از دو المپیاد نیستند؟

پاسخ:

$$n(U) = 22$$

$$A: \text{المپیاد ریاضی} \Rightarrow n(A) = 8$$

$$B: \text{المپیاد فیزیک} \Rightarrow n(B) = 5$$

$$n(A \cap B) = 3$$

$$\text{الف) } n(A') = n(U) - n(A) = 22 - 8 = 14$$

$$\text{ب) } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 8 + 5 - 3 = 10$$

$$\text{پ) } n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 5 - 3 = 2$$

$$\text{ت) } n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = 22 - 10 = 12$$

$$\text{① } A \subseteq B \Rightarrow \begin{matrix} A \cap B = A & A \cap \phi = \phi & A \cap U = A \\ A \cup B = B & A \cup \phi = A & A \cup U = U \end{matrix}$$

$$\text{② } A \cup A = A$$

$$\text{③ } A \cap A = A$$

$$\text{④ } A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$\text{⑤ } A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$\text{⑥ } A \cup (B \cup C) = B \cup (A \cup C) = C \cup (A \cup B)$$

$$\text{⑦ } A \cap (B \cap C) = B \cap (A \cap C) = C \cap (A \cap B)$$

جبر مجموعه‌ها



مثال: $(A - B)'$ با کدام مجموعه برابر است؟

$$A \cap B' \quad (۴)$$

$$A \cup B' \quad (۳)$$

$$A' \cap B \quad (۲)$$

$$A' \cup B \quad (۱)$$

پاسخ: گزینه «۱»، نکات مربوط به تعداد عضوهای مجموعه‌های مختلف A اتفاق نیفتد.

① $n(A') = n(U) - n(A)$

② $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ حداقل یکی از A یا B اتفاق بیفتد.
هر دو A و B اتفاق بیفتد.

③ $n(A - B) = n(A \cap B') = n(A) - n(A \cap B)$ A اتفاق بیفتد و B اتفاق نیفتد.
 فقط A اتفاق بیفتد.

④ $n(B - A) = n(B \cap A') = n(B) - n(A \cap B)$ B اتفاق بیفتد و A اتفاق نیفتد.
 فقط B اتفاق بیفتد.

⑤ $n(A - B) + n(B - A) = n(A \cup B) - n(A \cap B)$ فقط یکی از A یا B اتفاق بیفتد.

⑥ $n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B)$ هیچ کدام از A و B اتفاق نیفتد.

⑦ $n(A' \cup B') = n(U) - n(A \cap B)$ حداقل یکی از A یا B اتفاق نیفتد.

$$A \cap B = \phi$$

دو مجموعه جدا از هم (ناسازگار): دو مجموعه‌ای که عضو مشترک نداشته باشند را جدا از هم یا ناسازگار می‌گویند:

* $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

* $n(A - B) = n(A)$

* $n(B - A) = n(B)$

اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشد.

۳۹- اگر A مجموعه اعداد اول یک رقمی و B مجموعه اعداد فرد یک رقمی باشد، آن گاه $A \cap B$ چند عضو دارد؟

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۴۰- از ۴۲ نفر دانش آموزان یک کلاس، ۱۷ نفر در المپیاد ریاضی، ۱۴ نفر در المپیاد شیمی و ۳ نفر در هر دو المپیاد شرکت کرده‌اند. چند نفر در این دو المپیاد شرکت نکرده‌اند؟

- ۱۴ (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۷ (۴)

۴۱- اگر $A = \{a, b, c\}$ و $B = \{b, c, d\}$ باشد، آن گاه $n(A \cup B)$ چقدر است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۴۲- اگر $k \in \mathbb{N}$ و $A_k = \{k, k+1, k+2, k+3\}$ باشد، آن گاه $A_3 \cap A_4 \cap A_5$ چند عضو دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۳- تعداد عضوهای مجموعه‌های $A - B$ ، $B - A$ و $A \cup B$ به ترتیب ۲۰، ۳۰ و ۶۵ است. $n(A) + n(B)$ کدام است؟

- ۷۰ (۱) ۷۵ (۲) ۸۰ (۳) ۸۵ (۴)

۴۴- اگر $k \in \mathbb{N}$ و $A_k = \{k, k+1, k+2, k+3\}$ باشد، آن گاه $A_3 \cup A_4 \cup A_5$ چند عضو دارد؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۴۵- از مجموعه $\{1, 2, \dots, 20\}$ چه تعداد از اعداد نه مضرب ۳ و نه مضرب ۵ هستند؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۴۶- در یک مهمانی ۲۰ نفر به بازی فوتبال، ۱۵ نفر به بازی والیبال و ۳ نفر به هر دو بازی علاقمند هستند. حداقل چند نفر به هر یک از دو بازی علاقه دارند؟

- ۳۲ (۱) ۳۵ (۲) ۳۸ (۳) ۴۱ (۴)

۴۷- در بین اعداد طبیعی یک رقمی، تعداد اعدادی که اول نباشند یا مضرب ۳ باشند، کدام است؟

- ۸ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

۴۸- اگر $n(A) = x$ ، $n(A') = y$ باشد و بدانیم $n(B) = \frac{x}{2}$ است، $n(B')$ کدام است؟ (A و B دو مجموعه جدا می‌باشند).

- $\frac{x}{2}$ (۱) $\frac{y}{2}$ (۲) $\frac{x}{2} + y$ (۳) $x + \frac{y}{2}$ (۴)

(سراسری خارج از کشور ریاضی)

۴۹- متمم مجموعه $(A - (A - B)) \cup (A \cap B)'$ کدام است؟

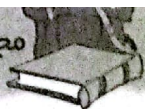
- A (۱) B' (۲) $A' \cup B'$ (۳) ϕ (۴)

۵۰- اگر $A = \{2x - 1 \mid x \in \mathbb{N}, x^2 < 20\}$ ، $B = \{2x + 1 \mid x \in A\}$ باشد، آن گاه تعداد عضوهای مجموعه $A \cap B$ کدام است؟

- ۱ (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۵۱- اگر $n(A) = ۶۰$ ، $n(B) = ۳۰$ ، $n(B') = ۳n(B)$ و $n(U) = ۱۰۰$ باشد، مقدار $\frac{n(B)}{n(A')}$ کدام است؟

- $\frac{۵}{۸}$ (۱) $\frac{۵}{۱۲}$ (۲) $\frac{۵}{۴}$ (۳) $\frac{۴}{۵}$ (۴)



۵۲- اگر $n(A) = 40$, $n(B') = 2n(A) = 80$, $n(A \cap B) = 10$ و $n(U) = 50$ باشد، مقدار $n(A \cup B)$ کدام است؟

۶۰ (۴)

۲۰ (۳)

۳۰ (۲)

۵۰ (۱)

۵۳- با توجه به جدول امار دانشجویان یک دانشکده، چه تعداد از این دانشجویان «تهرانی یا پسر» نیستند؟

۳۰۰ (۱)

۶۰۰ (۲)

۱۷۰۰ (۳)

۲۰۰۰ (۴)

اهل	جنسیت	
	دختر	پسر
تهران	۵۰۰	۶۰۰
شهرستان	۳۰۰	۶۰۰

۵۴- کارمندان اداره‌ای مطابق جدول زیر توزیع شده‌اند. چه تعداد از کارمندان این اداره مرد هستند یا تحصیلات دانشگاهی دارند؟

۶۲ (۱)

۴۲ (۲)

۵۰ (۳)

۳۰ (۴)

تحصیلات	جنسیت	
	زن	مرد
دانشگاهی	۱۰	۲۰
دیپلم	۸	۱۲

۵۵- اگر $U = \{1, 2, 3, \dots, 30\}$ ، مجموعه اعداد اول دو رقمی و B مجموعه مقسوم‌علیه عدد ۲۴ باشد، در این صورت $n(A \cap B)$ چقدر است؟

۲۰ (۴)

۳۱ (۳)

۲۹ (۲)

۳۰ (۱)

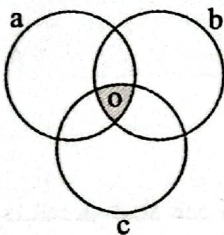
۵۶- در نمودار زیر، مجموعه‌های a ، b و c به ترتیب مضارب ۷، ۹ و ۱۲ را مشخص می‌کنند. قسمت هاشور خورده، بیان گر کدام یک از عددهای زیر می‌تواند باشد؟

۶۳ (۱)

۱۹ (۲)

۱۳۶ (۳)

۲۵۲ (۴)



۵۷- اگر $n(A) = 2n(B) = 3n(A \cap B)$ باشد، $\frac{n(A-B)}{n(B-A)}$ کدام است؟

۱ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۵۸- متمم مجموعه $[B - (A - B)] \cup [(A - B) - B]$ کدام است؟

$A' \cap B'$ (۴)

$A' \cup B'$ (۳)

B' (۲)

A' (۱)

۵۹- اگر $n(A' - B') = 8$ ، $n(A - B') = 5$ ، $n(A \cup B) = 19$ باشد، $n(B' - A')$ کدام است؟

۱۱ (۴)

۱۴ (۳)

۱۳ (۲)

۶ (۱)

۶۰- در یک کلاس ۱۲ نفر عضو تیم فوتبال، ۱۵ نفر عضو تیم والیبال و ۱۶ نفر عضو تیم شنا، ۳ نفر عضو تیم‌های فوتبال و والیبال، ۵ نفر عضو تیم‌های فوتبال و شنا و ۶ نفر عضو تیم‌های والیبال و شنا و ۲ نفر عضو هر سه رشته ورزشی هستند. در این کلاس چند نفر فقط عضو یک رشته ورزشی هستند؟

۲۴ (۴)

۲۳ (۳)

۲۲ (۲)

۲۱ (۱)

۶۱- اگر $A = \{(-1)^a + (-1)^b \mid a, b \in \mathbb{Z}\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, 2 \leq \frac{x+4}{2} \leq 3\}$ باشد، تعداد عضوهای مجموعه $A \cup B$ کدام است؟

۴ بی‌شمار

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)